Universitatea "Alexandru Ioan Cuza" din Iaşi
Facultatea de Matematică
Specializări:
**Matematică**
**Matematică informatică**

EXAMEN DE LICENŢĂ
Sesiunea Februarie 2026
24 februarie 2026
ora 9:00

# SUBIECTE PROBA 1 (PROBĂ SCRISĂ)

## Varianta 2

**Subiectul 1** (Geometrie)**.** În spaţiul afin euclidean 3-dimensional, considerăm $\mathcal{R} = \{O; \bar{\imath}, \bar{\jmath}, \bar{k}\}$ un reper ortonormat fixat în raport cu care dăm punctul $P(0,1,3)$ şi dreapta

$$\delta : \begin{cases} x &= 1+2t \\ y &= 3t \\ z &= -1+t \end{cases} \qquad t \in \mathbb{R}.$$

a) Scrieţi o ecuaţie pentru planul $\pi$ ce trece prin $P$ şi este normal dreptei $\delta$.

b) Se cer intersecţiile $A$, $B$, $C$ ale lui $\pi$ cu axele de coordonate.

c) Se cer coordonatele proiecţiei ortogonale $G$ a lui $O$ pe planul $\pi$.

d) Fie $M$ centrul de greutate al triunghiului $ABC$. Se cere numărul $d$=distanţa de la $M$ la $G$.

**Subiectul 2** (Analiză)**.** Considerăm, pentru fiecare $n \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$, funcţia $f_n : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ dată prin

$$f_n(x) = \frac{\sqrt{n} \cdot x^n}{\sqrt{n^3+10} \cdot 3^n}.$$

a) Să se determine mulţimea de convergenţă a seriei

$$\sum_{n=1}^{\infty} f_n.$$

b) Să se arate că seria de mai sus este uniform convergentă pe orice interval $[-a,a] \subset (-3,3)$, unde $a > 0$.

c) Să se calculeze

$$\int_0^1 f_2(x) \operatorname{arctg} x \, \mathrm{dx}.$$

d) Să se studieze, pentru fiecare $x \in \mathbb{R}$, existenţa limitei

$$\lim_{n\to\infty} f_n(x) e^n$$

şi, în caz de existenţă, să se calculeze.

**Subiectul 3** (Algebră).

1. Fie $n \geq 2$ şi $M_n^s(\mathbb{C}) = \{A \in M_n(\mathbb{C}) \mid A = \text{simetrică}\}$, respectiv $M_n^{as}(\mathbb{C}) = \{A \in M_n(\mathbb{C}) \mid A = \text{antisimetrică}\}$.

   a) Arătaţi că $M_n^s(\mathbb{C})$ şi $M_n^{as}(\mathbb{C})$ sunt subspaţii în $M_n(\mathbb{C})$ de dimensiuni $\frac{n(n+1)}{2}$, respectiv $\frac{n(n-1)}{2}$.

   b) Arătaţi că $M_n(\mathbb{C}) = M_n^s(\mathbb{C}) \oplus M_n^{as}(\mathbb{C})$.

   c) Scrieţi matricea

   $$A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & -1 \\ 5 & 3 & 0 \\ 4 & 4 & -2 \end{pmatrix} \in M_3(\mathbb{C})$$

   ca suma dintre o matrice simetrică şi o matrice antisimetrică din $M_3(\mathbb{C})$.

2. Fie inelele $(\mathbb{Z}, +, \cdot)$, $(\mathbb{Z}_{12}, +, \cdot)$ şi funcţia $f : \mathbb{Z} \longrightarrow \mathbb{Z}_{12}$ dată prin $f(x) = \widehat{4x}, \forall\, x \in \mathbb{Z}$.

   a) Arătaţi că $f$ este morfism de inele.

   b) Determinaţi $\mathrm{Ker}(f)$, $\mathrm{Im}(f)$ şi arătaţi că aceste mulţimi sunt ideale în $\mathbb{Z}$, respectiv $\mathbb{Z}_{12}$.

   c) Aplicaţi teorema fundamentală de izomorfism morfismului $f$.

**Subiectul 4** (Informatică).

1. Ştiind că $x$ este o variabilă întreagă care conţine cel mai mic număr natural nenul, multiplu de 16, divizibil cu toate numerele prime mai mici decât 10,

   a) Precizaţi ce afişează codul:
   *float f* = (*x* >> 2 < 421?*x* >> 1 : *x*/5)/5 << 2 > 672?1.23 : 32.1;
   *cout* << *f* << *endl*;

   b) Specificaţi fiecare operaţie efectuată în expresia de mai sus, în ordinea efectuării acestora, împreună cu valorile implicate.

2. Se numeşte marca unui număr natural *n*, diferenţa dintre cel mai mare şi cel mai mic număr care se poate forma cu cifrele lui *n*.

   a) Să se scrie o funcţie C++ care returnează marca unui număr natural.

   b) Să se scrie o funcţie C++ care testează dacă un număr este prim.

   c) Să se scrie un program C++ care citeşte din fişierul *numere.txt* un număr *N*, apoi citeşte din acelaşi fişier *N* numere naturale. Pentru fiecare număr citit, testează dacă acesta este prim, iar în caz afirmativ, afişează în consolă numărul şi marca sa separate cu un spaţiu.