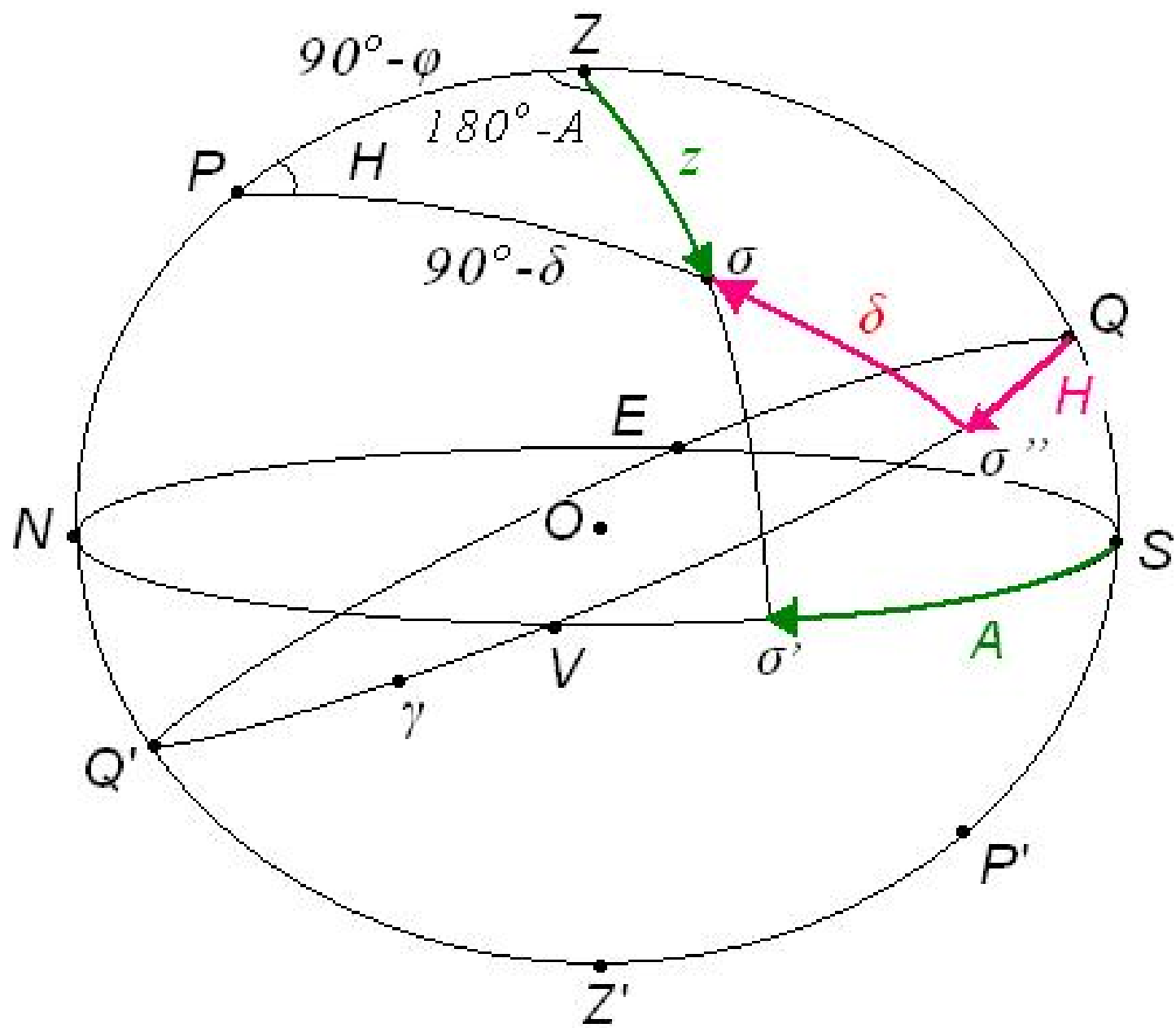


Transformarea coordonateor ceresti

In multe probleme de Astronomie sunt necesare coordonatele unui astru in mai multe sisteme de coordonate. Stiind coordonatele unui astru intr-un anumit sistem, se pot determina coordonatele sale in alt sistem. In cele ce urmeaza vom exemplifica pentru cazul sistemelor ecuatorial si orizontal.

Mai precis, daca la un anumit moment (asadar este cunoscut timpul sideral θ), intr-o localitate de latitudine φ , observam un astru σ cu un teodolit care indica azimutul A si distanta zenitala z , se pune problema determinarii ascensiei drepte α si declinatei δ ale astrului.

Consideram triunghiul sferic $PZ\sigma$, numit si triunghi paralactic (a se vedea figura). In acest triunghi se cunosc doua laturi, si



anume $\text{arc}(PZ) = 90^0 - \varphi$, $\text{arc}(Z\sigma) = z$ si unghiul $Z = 180^0 - A$.
Necunoscutele sunt declinatia δ si unghiul orar H .

Aplicand formulele lui Gauss, in acest triunghi sferic, deducem

$$\cos(90^0 - \delta) = \cos z \cos(90^0 - \varphi) + \sin z \sin(90^0 - \varphi) \cos(180^0 - A),$$

$$\sin(90^0 - \delta) \cos H = \cos z \sin(90^0 - \varphi) - \sin z \cos(90^0 - \varphi) \cos(180^0 - A),$$

$$\sin H \sin(90^0 - \delta) = \sin z \sin(180^0 - A)$$

de unde gasim

$$\sin \delta = \cos z \sin \varphi - \sin z \cos \varphi \cos A,$$

$$\cos \delta \cos H = \cos z \cos \varphi + \sin z \sin \varphi \cos A, \quad (1)$$

$$\sin H \cos \delta = \sin z \sin A.$$

Intrucat $\delta \in [-90^0, 90^0]$, prima relatie determina unic valoarea declinatiei. Utilizand urmatoarele doua relatii, determinam $\cos H$ si $\sin H$, iar apoi $H \in [0^h, 24^h)$.

Ascensia dereapta se deduce din

$$\alpha = \theta - H. \quad (2)$$

In cazul in care coordonatele orizontale sunt necunoscute, iar α si δ sunt date atunci procedam in mod analog, insa aplicam formulele lui Gauss pentru alte elemente ale triunghiului sferic.

Probleme ale miscarii diurne

1)⁰. *Culminatia astrilor*

Punctele de intersectie ale traiectoriei unui astru pe bolta cereasca cu meridianul locului se numesc culminatii. Deosebim: punct de culminatie inferioara (inaltimea astrului este minima) si punct de culminatie superioara (inaltimea astrului este maxima).

a) *Culminatia superioara*

i) astrul trece la meridian la Sud de Zenit ($A = 0^0$, $H = 0^h$).
In acest caz, din formulele (1) deducem

$$\sin \delta = \sin(\varphi - z_{m_s}), \quad \cos \delta = \cos(\varphi - z_{m_s}). \quad (3)$$

In consecinta, deducem

$$\delta = \varphi - z_{m_s}, \quad (4)$$

numita formula pentru culminatia astrului la Sud de Zenit.

ii) astrul trece la meridian la Nord de Zenit ($A = 180^0$, $H = 0^h$). In acest caz, din formulele (1) deducem

$$\sin \delta = \sin(\varphi + z_{m_s}), \quad \cos \delta = \cos(\varphi + z_{m_s}). \quad (5)$$

In consecinta, obtinem

$$\delta = \varphi + z_{m_s}, \quad (6)$$

numita formula pentru culminatia astrului la Nord de Zenit.

b) *Culminatia inferioara* ($A = 180^0$, $H = 12^h$). In cazul culminatiei inferioare, ecuatiile (1) devin

$$\sin \delta = \sin(\varphi + z_{m_i}), \quad -\cos \delta = \cos(\varphi + z_{m_i}),$$

care pot fi scrise in forma

$$\sin(180^0 - \delta) = \sin(\varphi + z_{m_i}), \quad \cos(180^0 - \delta) = \cos(\varphi + z_{m_i}). \quad (7)$$

Din relatiile (7), deducem formula pentru culminatia inferioara

$$\delta = 180^0 - (\varphi + z_{m_i}), \quad (8)$$

Observatii: 1). Formulele (4), (6) si (8) se folosesc pentru determinarea latitudinii locului;

2). Pentru ca o stea sa fie circumpolara (sa nu apuna niciodata) este necesar si suficient ca

$$z_{m_i} \leq 90^0. \quad (9)$$

Din relatiile (8) si (9) rezulta ca declinatia astrului satisface conditia

$$\delta \geq 90^0 - \varphi. \quad (10)$$

Observatorul Astronomic din Iasi este situata pe paralelul geografic avand latitudinea $\varphi_I = 47^0 11' 32''$. Asadar, toate stelele pentru care declinatia este mai mare decat $42^0 49' 28''$ nu apun niciodata;

3). Conditia pentru ca o stea sa nu rasara niciodata este

$$z_{m_s} \geq 90^0. \quad (11)$$

Deoarece steaua culmineaza la Sud de Zenit, din relatiile (4) si (11) rezulta

$$\delta \leq -(90^0 - \varphi). \quad (12)$$

4). Din relatiile de mai sus, rezulta ca o stea este cu rasarit si apus daca si numai daca declinatia sa satisfaca conditia

$$-(90^0 - \varphi) \leq \delta \leq 90^0 - \varphi. \quad (13)$$

2)⁰. *Calculul timpului si locului de rasarit si apus al unui astru*

a) *Calculul timpului de rasarit si apus se face aplicand formula cosinusului laturii z , ($z = 90^0$), in triunghiul paralactic $PZ\sigma$. Astfel, are loc*

$0 = \cos(90^0 - \delta) \cos(90^0 - \varphi) + \sin(90^0 - \delta) \sin(90^0 - \varphi) \cos H$,
de unde obtinem

$$\cos H = -\operatorname{tg} \delta \operatorname{tg} \varphi. \quad (14)$$

In cazul in care ecuatia de mai sus are solutii, atunci deducem doua valori H_{ras} si H_{ap} pentru unghiul orar H in intervalul $[0^h, 24^h)$. $H_{ras} \in [12^h, 24^h)$ corespunde rasaritului, iar $H_{ap} \in [0^h, 12^h)$ apusului. Apoi se determina timpul sideral al rasritului si timpul sideral al apusului pe baza relatiilor

$$\theta_{ras} = \alpha + H_{ras}, \quad \theta_{ap} = \alpha + H_{ap}. \quad (15)$$

b) *Calculul locului rasaritului si apusului* se bazeaza pe formula cosinusului pentru latura $P\sigma$, $[\text{arc}(P\sigma) = 90^0 - \delta]$. Putem scrie $\cos(90^0 - \delta) = \cos z \cos(90^0 - \varphi) + \sin z \sin(90^0 - \varphi) \cos(180^0 - A)$, de unde obtinem

$$\cos A = -\frac{\sin \delta}{\cos \varphi}. \quad (16)$$

In cazul in care ecuatia de mai sus are solutii, atunci deducem doua valori A_{ras} si A_{ap} pentru azimutul A in intervalul $[0^0, 360^0)$. $A_{ras} \in [180^0, 360^0)$ corespunde rasaritului, iar $A_{ap} \in [0^0, 180^0)$ apusului.

Observatii: 1). Ecuatiile (14) si (16) pot fi scrise in forma

$$\cos H = -\frac{\text{tg} \delta}{\text{tg}(90^0 - \varphi)}, \quad \cos A = -\frac{\sin \delta}{\sin(90^0 - \varphi)}. \quad (17)$$

Acestea au solutii daca si numai daca sunt indeplinite inegalitatile

$$-1 \leq \frac{\operatorname{tg} \delta}{\operatorname{tg}(90^0 - \varphi)} \leq 1, \quad -1 \leq \frac{\sin \delta}{\sin(90^0 - \varphi)} \leq 1.$$

Aceste inegalitati sunt satisfacute daca si numai daca

$$-(90^0 - \varphi) \leq \delta \leq 90^0 - \varphi, \quad (18)$$

adica astrul este cu rasarit si apus.

2). Ecuatiile (17) nu au solutii in cazul in care

$$\left| \frac{\operatorname{tg} \delta}{\operatorname{tg}(90^0 - \varphi)} \right| > 1, \quad \left| \frac{\sin \delta}{\sin(90^0 - \varphi)} \right| > 1.$$

Aceste inegalitati sunt satisfacute daca si numai daca $\delta > 90^0 - \varphi$ sau $\delta < -(90^0 - \varphi)$ adica astrul nu apune niciodata sau nu rasare niciodata.

Timpul si masurarea lui

Miscarile pincipale ale Pamantului de rotatie si de revolutie ne dau si unitatile de masura ale timpului: ziua si anul. Folosim diverse denumiri pentru timp, dupa astrul sau punctul de pe sfera cereasca pe care il urmarim.

Definitia 1. Unghiul orar al punctului vernal se numeste timp sideral. Unitatea de timp a timpului sideal este ziua siderala, care reprezinta intervalul de timp scurs intre doua culminatii succesive superioare ale punctului vernal. Subunitatile zilei siderale sunt ora, minutul si secunda siderala.

Notand prin θ timpul sideral, putem scrie in baza definitiei de mai sus

$$\theta = H_{\gamma}.$$

Timpul sideral poate fi determinat cu ajutorul astrilor a caror ascensie dreapta este cunoscuta care trec la meridian. Pentru pastrarea sa se utilizeaza orologii siderale.

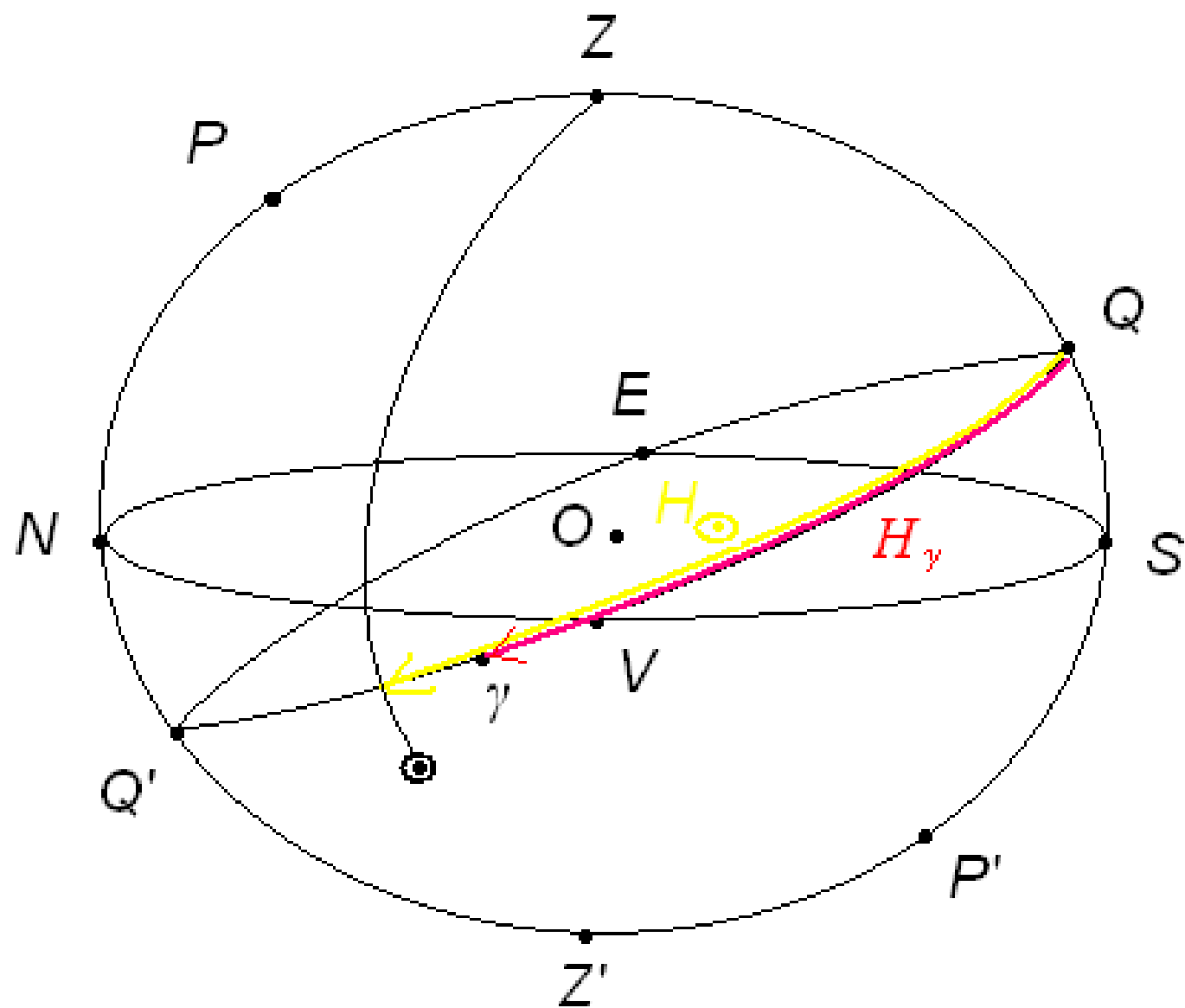
Acest timp important in Astronomie, insa este incomod de utilizat in viata de zi cu zi care se calauzeste dupa Soare. Spre exemplu, daca la echinocsiul de primavara ziua solara incepe odata cu culminatia superioara Soarelui, peste sase luni ziua siderala va incepe in momentul culminatiei inferioare a Soarelui. Un timp mai potrivit pentru scopuri practice este cel definit prin intermediul miscarii aparente a Soarelui.

Definitia 2. Unghiul orar al centrului discului Soarelui se numeste timp solar adevarat. Intervalul de timp scurs intre doua culminatii superioare succesive ale Soarelui reprezinta ziua solara adevarata. Subunitatile zilei solare adevarate sunt ora, minutul si secunda solara adevarata.

Daca notam prin t_a timpul solar adevarat, atunci in baza definitiei de mai sus, putem scrie

$$t_a = H_{\odot}$$

Nici acest timp nu este potrivit pentru viata de toate zilele, deoarece zilele solare adevarate nu sunt egale intre ele. Durata zilei solare adevarate nu este constanta din doua motive:



a) Soarele adevarat in miscarea sa anuala descrie ecliptica in mod neuniform datorita miscarii neuniforme a Pamantului in jurul Soarelui; b) miscarea diurna a Soarelui in jurul axei lumii este neuniforma datorita inclinarii eclipticii fata de ecuatorul ceresc.

Din acest motiv vom introduce un Soare fictiv numit Soare mijlociu. Cu ajutorul miscarii acestuia vom defini un timp a carui unitati sunt egale intre ele.

Definitia 3. Se numeste Soare mijlociu (Soare mediu ecuatorial) un punct fictiv care se misca uniform pe ecuator si trece prin punctul vernal odata cu Soarele adevarat. Timpul mijlociu (timpul solar mediu) reprezinta timpul masurat prin unghiul orar al Soarelui mediu ecuatorial.

Unitatea de masura a timpului solar mediu este ziua solara medie. Aceasta reprezinta intervalul scurs intre doua treceri consecutive ale Soarelui mediu ecuatorial la meridianul inferior al locului (doua culminatii inferioare succesive). Asadar, daca notam prin t_m timpul solar mediu, putem scrie

$$t_m = H_{\odot_m} + 12^h,$$

unde $H_{\odot_m}$ reprezinta unghiul orar al Soarelui mijlociu.

Unghiul orar al Soarelui mediu difera de unghiul orar al Soarelui adevarat cu o cantitate numita ecuatia timpului (sensul cuvintului ecuatie fiind acela de corectie). Avem asadar

$$t_m - t_a = H_{\odot_m} - H_{\odot} + 12^h = E + 12^h,$$

unde ecuatia timpului E este o cantitate variabila a carei vaoare este datain anuarele astronomice si poate varia de la -17 minute pana la $+17$ minute.

Definitia 4. Se numeste an tropic intervalul de timp scurs intre doua treceri consecutive ale Soarelui prin punctul vernal. Anul tropic contine 365,2422 zile solare medii sau 365 zile, 5 ore 48 minute si 46,045 secunde.

Intr-un an tropic punctul vernal executa 366,2422 rotatii in jurul axei lumii, adica cu o rotatie in plus fata de numarul de rotatii efectuate de Soarele mijlociu. Rezulta ca

1 an tropic = 366,222 zile siderale = 365,2422 zile solare medii.

De aici rezulta ca intre subunitatile de masura ale timpului solar mediu si subunitatile de masura ale timpului sideral au loc urmatoarele legaturi

$$1 \text{ z.m.} = 1 \text{ z.s.} + 3^m 56^s, 555 \text{ u.s.} \quad 1 \text{ z.s.} = 1 \text{ z.m.} - 3^m 55^s, 909 \text{ u.m.}$$

$$1 \text{ h.m.} = 1 \text{ h.s.} + 9^s,856 \text{ u.s.} \quad 1 \text{ h.s.} = 1 \text{ h.m.} - 9^s83 \text{ u.m.}$$

$$1 \text{ m.m.} = 1 \text{ m.s.} + 0^s,164 \text{ u.s.} \quad 1 \text{ m.s.} = 1 \text{ m.m.} - 0^s164 \text{ u.m.}$$

$$1 \text{ s.m.} = 1 \text{ s.s.} + 0^s,003 \text{ u.s.} \quad 1 \text{ s.s.} = 1 \text{ s.m.} - 0^s003 \text{ u.m.}$$