

Teoria optimizării (Licență III-MI) – semestrul I, 2025/2026

–subiecte teoretice–

Subiecte - partea I (doar enunțuri)

- Mulțimi convexe, înfășurătoarea convexă a unei mulțimi; Teorema lui Carathéodory
- Funcții convexe. Caracterizarea convexității folosind funcții scalare asociate
- Funcții convexe de o variabilă reală: caracterizarea cu inegalitatea pantelor
- Teorema de caracterizare a funcțiilor convexe diferențiabile (cazul funcțiilor de o variabilă reală și cazul general)
- Funcții strict convexe. Caracterizarea strictei convexități
- Conuri. Caracterizarea conurilor convexe
- Funcția distanță la o mulțime nevidă. Proprietăți
- Proiecția unui punct pe o mulțime. Existență, unicitate, caracterizare
- Polara unei mulțimi. Proprietăți
- Conul tangent la o mulțime nevidă și închisă într-un punct al mulțimii. Proprietăți. Conul normal. Cazul special al mulțimilor convexe.
- Lema lui Farkas
- Teorema lui Lyusternik

Subiecte - partea a II-a (inclusiv demonstrații)

- Forma generală a problemelor de optimizare neliniară cu restricții de tip mulțime ($x \in M$). Conceptul de soluție. Restricție activă, restricție inactivă
- Rezultate de existență: Teorema lui Weierstrass, condiția de coercivitate
- Condiția necesară de optimalitate de ordinul I. Teorema lui Fermat
- Condiția necesară de optimalitate de ordinul al II-lea
- Condițiile suficiente de optimalitate de ordinul I și de ordinul al II-lea
- Cazul problemelor convexe (cu și fără restricții); cazul în care funcția obiectiv este strict convexă
- Probleme cu restricții funcționale de tip inegalități și egalități. Mulțimea indicilor activi. Mulțimile $G(\bar{x})$ și $D(\bar{x})$, legăturile dintre ele și mulțimea punctelor fezabile

- Teorema Karush-Kuhn-Tucker. Multiplicatori Lagrange
- Cazul problemelor convexe
- Condițiile de calificare; legăturile dintre cele patru condiții generale de calificare
- Cazuri particulare: condiția Slater și cazul problemelor afine
- Metoda celor mai mici pătrate: descriere generală și studiul cazului liniar
- Calculul proiecțiilor pe un hiperplan și pe un elipsoid generalizat
- Principiul lui Banach de punct fix
- Convergența generală a iterațiilor Picard – ordin de convergență
- Metoda lui Newton și consecințe