

Seminar 1

Problema 1.1. *Un corp modelat ca un punct material se mișcă față de un reper fix după legea (se dau coordonatele punctului la un moment arbitrar t)*

$$\begin{aligned}x_1 &= 2 \sin \left(2t + \frac{\pi}{4} \right), \\x_2 &= 4 \cos \left(2t + \frac{\pi}{4} \right), \\x_3 &= 6.\end{aligned} \quad t \in [0, \infty),$$

Să se determine :

1. poziția punctului la momentul $t = 0$;
2. viteza și accelerația la momentul $t = \pi$;
3. traiectoria punctului material.

Problema 1.2. *Accelerația unui punct material față de un reper fix $\{O; \bar{e}_1, \bar{e}_2, \bar{e}_3\}$ este dată de $\bar{a}(t) = \bar{e}_2 + t\bar{e}_3$. Știind că la momentul $t = 0$ punctul se afla în poziția $P_0(0, 0, 0)$ și avea viteza $\bar{v}(0) = \bar{e}_1$, să se determine*

1. viteza punctului material;
2. mișcarea punctului material;
3. traiectoria punctului material;
4. distanța parcursă pe traiectorie până la momentul t (vom numi această cantitate ecuația orară a mișcării).

Problema 1.3. *Mișcarea unui punct material față de un reper fix $\{O; \bar{e}_1, \bar{e}_2, \bar{e}_3\}$ este dată prin $x_1 = R \cos \sqrt{t}, x_2 = R \sin \sqrt{t}, x_3 = R \sqrt{3t}, t \in [0, \pi^2], R > 0$. Să se determine traiectoria și ecuația orară a mișcării.*

Problema 1.4. *Traectoria unui punct material P este cercul de intersecție dintre sfera $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = R^2, R > 0$ și planul $x_3 = R \cos \theta_0, \theta_0$ parametru fixat în intervalul $(0, \pi)$. Să se determine legea de mișcare a punctului P dacă ecuația orară a mișcării este $s = t, t \in [0, \sqrt{2\pi R \sin \theta_0}]$.*

Problema 1.5. *Un punct material se mișcă rectiliniu (traiectoria este submulțime a unei drepte) și uniform (cu mărimea vitezei constantă) între două locații A și B situate la distanța d unul de altul, plecând din A și deplacându-se spre B . Să se determine intervalul de timp în care ajunge în B .*

Problema 1.6. *Un punct material P pleacă din poziția $P_0(-3, 2, 1)$ față de un reper fix $\{O; \bar{e}_1, \bar{e}_2, \bar{e}_3\}$ la momentul $t = 0$, cu viteza inițială $\bar{v}_0 = -\bar{e}_1 + 2\bar{e}_2 + 3\bar{e}_3$ și deplasează cu accelerația $\bar{a} = e^{-t}\bar{e}_1 + 4 \cos 2t\bar{e}_2 + 8 \sin 2t\bar{e}_3$. Să se determine vectorul viteză și legea de mișcare.*

Seminar 2

Problema 2.1. Un punct material P aflat în poziția $A(1, 0, -2)$ se mișcă cu viteza $\bar{v} = t\bar{e}_1 + \sqrt{2}t\bar{e}_2 + \bar{e}_3$ față de un reper fix $\{O; \bar{e}_1, \bar{e}_2, \bar{e}_3\}$. Să se determine:

1. legea de mișcare și poziția punctului la momentul $t = 4$;
2. ecuația orară a mișcării;
3. versorii triedrului lui Frenet;
4. accelerația tangențială (componenta tangențială a accelerației) și normală (componenta normală a accelerației);
5. curbura traiectoriei.

Problema 2.2. Două drumuri rectilinii se întretaie în punctul O sub un unghi drept. Pe drumuri se deplasează două mașini spre punctul O , plecând simultan din punctele A_1 și, respectiv, A_2 , cu mărimile vitezelor constante v_1 și, respectiv, v_2 . Să se afle momentul t_1 când distanța ℓ între mașini va fi minimă și momentul t_2 când va fi din nou egală cu distanța inițială $A_1A_2 = \ell_0$, dacă $OA_1 = x_0$ și $OA_2 = y_0$.

Problema 2.3. Un punct material se mișcă uniform (cu mărimea vitezei constantă) pe un cerc de rază R . Știind că la momentul $t_0 = 0$ punctul se află în A , să se determine intervalul de timp în care ajunge în punctul diametral opus.

Problema 2.4. În cazul mișcărilor plane (traiectoria este submulțime a unui plan), de multe ori este convenabil să utilizăm coordonatele polare. Mișcarea fiind plană, vom considera un reper $\{O; \bar{e}_1, \bar{e}_2, \bar{e}_3\}$ unde $\bar{e}_1, \bar{e}_2$ sunt în planul mișcării. Astfel, a cunoaște mișcarea punctului material revine la a cunoaște dependența de timp a coordonatelor polare (r, θ) definite de

$$\begin{aligned}x_1(t) &= r(t) \cos \theta(t), \\x_2(t) &= r(t) \sin \theta(t), \quad r(t) \geq 0, \quad \theta(t) \in [0, 2\pi), \quad t \in [t_0, t_1].\end{aligned}$$

Vom considera reperul $\{O; \bar{e}_r, \bar{e}_\theta, \bar{e}_3\}$, unde

$$\begin{aligned}\bar{e}_r &= \cos \theta \bar{e}_1 + \sin \theta \bar{e}_2, \\ \bar{e}_\theta &= -\sin \theta \bar{e}_1 + \cos \theta \bar{e}_2.\end{aligned}\tag{2.1}$$

Să se determine componentele vectorului viteză și accelerație față de reperul $\{O; \bar{e}_r, \bar{e}_\theta, \bar{e}_3\}$ (aceste componente vor fi denumite radială și respectiv transversală).

Problema 2.5. Mișcarea unui punct material este descrisă prin $x_1 = e^t \cos t$, $x_2 = e^t \sin t$, $t \in [0, \frac{\pi}{2}]$. Determinați accelerația radială și transversală ale punctului și viteza areolară.

Seminar 3

Problema 2.1. Reperul mobil $\{O'; \bar{f}_1, \bar{f}_2, \bar{f}_3\}$ se mișcă față de reperul fix $\{O; \bar{e}_1, \bar{e}_2, \bar{e}_3\}$ după legea

$$\begin{aligned}\bar{f}_1 &= \cos t \bar{e}_1 + \sin t \bar{e}_2, \\ \bar{f}_2 &= -\sin t \bar{e}_1 + \cos t \bar{e}_2, \\ \bar{f}_3 &= \bar{e}_3, \\ \bar{r}_{O'} &= 2t \bar{e}_3.\end{aligned}$$

Un punct material P se mișcă față de reperul mobil cu viteza unghiulară constantă ω_0 pe cercul $y_1^2 + y_2^2 = R^2$, $y_3 = 0$, la momentul inițial ocupând poziția $P_0(y_1 = R, y_2 = 0, y_3 = 0)$. Să se determine:

1. vectorul rotație instantanee;
2. vitezele relativă, de transport și absolută;
3. accelerațiile relativă, de transport, Coriolis și absolută.

Problema 2.2. În planul x_1Ox_2 , o dreaptă δ care trece prin origine se rotește în jurul axei Ox_3 cu viteza unghiulară (variația unghiului de rotație) constantă ω_0 . Pe dreapta δ , un punct material P se mișcă uniform cu viteza v_0 (față de dreaptă). Știind că la momentul inițial dreapta δ coincide cu axa Ox_1 , iar punctul se afla în origine, să se determine:

1. poziția punctului la momentul $t = \frac{\pi}{2\omega_0}$;
2. viteza și accelerația față de reperul fix și față de reperul mobil considerat.

Problema 2.3. Experiența arată că în vecinătatea scoarței terestre toate corpurile cad în vid vertical cu o accelerație $\bar{g}$ orientată spre centrul Pământului, independentă de masa, natura, dimensiunile sau forma corpului. Căderea în vid presupune desigur că asupra corpului nu acționează nici o altă forță perturbatoare. Desigur, într-o astfel de abordare se neglijează efectul rotației Pământului. Mărimea g a acestei accelerații depinde de altitudine și latitudinea: la ecuator are valoarea $9,7805 \frac{m}{s^2}$ în timp ce la poli este $9,8322 \frac{m}{s^2}$. Această variație este în concordanță cu legea atracției universale, unde mărimea forței de atracție dintre corp și Pământ este invers proporțională cu distanța dintre pătratul distanței dintre centrul Pământului și corp, adică cu pătratul sumei dintre raza Pământului și înălțimea față de sol. Este clară acum dependența de altitudine, dependența accelerației gravitaționale de latitudine rezultând din faptul că Pământul nu e perfect sferic, raza lui variind cu latitudinea. Noi vom considera $g := \|\bar{g}\| = 9,80665 \frac{m}{s^2}$ pe care o vom numi accelerație gravitațională normală (medie), ceea ce înseamnă că presupunem mișcarea desfășurându-se într-o vecinătate a unui punct de pe suprafața Pământului, mișcare care se poate considera a fi locală în planul tangent. În cazul în care ne referim la deplasări între puncte situate la distanțe mari sau în intervale lungi de timp, atunci considerarea legii atracției universale și a mișcării Pământului este necesară.

În concluzie, ceea ce presupunem este că asupra unui corp aflat în vecinătatea Pământului acționează o forță $\bar{G} = m\bar{g}$, numită forță de greutate, unde direcția accelerației gravitaționale $\bar{g}$ este spre centrul Pământului. Un punct material asupra căruia acționează forța de greutate se numește punct material greu.

Considerăm un punct material greu care se află la înălțimea h față de scoarța terestră și asupra căruia nu acționează o altă forță și care are viteza inițială $\vec{v}_0$).

Să se studieze mișcarea punctului material greu știind că asupra corpului nu acționează nicio altă forță.

Să se determine înălțimea maximă la care ajunge punctul material și momentul când punctul material atinge suprafața Pământului.

Problema 2.4. Să se studieze mișcarea verticală descendentă a unui punct material greu de masă m , presupunând viteza inițială nulă și forța de rezistență a aerului este $\vec{R} = -mg\lambda\vec{v}$, $\lambda > 0$.

Problema 2.5. Un punct este lansat cu viteza v_0 și sub un unghi $\alpha \in (0, \frac{\pi}{2})$ față de orizontală. Presupunem forța de rezistență a aerului $\vec{R} = -mg\lambda\vec{v}$, $\lambda > 0$. Să se determine mișcarea.

Seminar 4

Primul set de ales ca referat

Al doilea set de ales ca referat

Seminar 5

Primul set de ales ca referat

Al doilea set de ales ca referat

Seminar 6

Primul set de ales ca referat

Al doilea set de ales ca referat

Seminar 7

Primul set de ales ca referat

Al doilea set de ales ca referat

Seminar 8

Primul set de ales ca referat

Al doilea set de ales ca referat

Seminar 9

Primul set de ales ca referat

Al doilea set de ales ca referat

Seminar 10

Primul set de ales ca referat

Al doilea set de ales ca referat

Seminar 11

Primul set de ales ca referat

Al doilea set de ales ca referat

Seminar 12

Primul set de ales ca referat

Al doilea set de ales ca referat

Seminar 13

Primul set de ales ca referat

Al doilea set de ales ca referat

Seminar 14

Primul set de ales ca referat

Al doilea set de ales ca referat