Universitatea "Alexandru Ioan Cuza" din Iaşi
Facultatea de Matematică
Anul II

Termen limită: 4 săptămâni.
Studentul va explica modul de rezolvare în ultima săptămână

Algebră liniară numerică

Temă 1, 17 octombrie 2025

Atenție.
În realizarea acestei teme nu se vor folosi funcții predefinite deja existente în Matlab pentru deducerea factorizărilor sau pentru rezolvarea sistemelor de ecuații. Acestea ar putea fi folosite doar pentru a verifica corectitudinea calculelor sau pentru a compara datele de output oferite de funcțiile dumneavoastră cu cele oferite de funcțiile deja existente.

Problema 1

Să se scrie pe o foaie de hârtie pașii (calculele detaliate făcute direct pe hârtie) următorilor algoritmi pentru matricele precizate, justificând a priori dacă algortimul se poate aplica matricelor sau nu .

»a) **Metoda Eliminării Gaussiene** pentru sistemul $Ax = b$ unde

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \\ -2 & -1 & 2 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix},$$

»b) **Factorizarea LU** pentru matricea

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \\ -2 & -1 & 2 \end{pmatrix},$$

»c) **Factorizarea LU cu pivotare parțială** pentru matricea

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 3 \\ 1 & -3 & 2 \end{pmatrix},$$

»d) **Factorizarea Cholesky** pentru matricea

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 3 & -2 \\ 3 & 2 & -2 \\ -2 & -2 & 7 \end{pmatrix},$$

Problema 2 (Implementarea metodei LU cu pivotare totală)

- Scrieți o funcție Matlab

```matlab
function [P, Q, L, U] = LUPivotareTotala(A)
...
end
```

  care să admită ca parametru de intrare matricea `A` și care returnează soluția acestui sistem folosind pivotarea totală. Se vor construi mai întâi matricele `P, Q, L` și `U` din descompunerea `PAQ = LU`, unde `P` și `Q` sunt matrice de permutare, `L` este o matrice inferior triunghiulară iar `U` este o matrice superior triunghiulară.

- Scrieți o funcție Matlab

```matlab
function x= SolutiePivotareTotala(A, b)
...
end
```

  care să admită ca parametri de intrare matricea pătratică `A` si vectorul `b` ce definesc sistemului `Ax = b` și care returnează soluția acestui sistem folosind pivotarea totală și funcția scrisă pentru punctul precedent.

Atenție.
În timpul scrierii funcției veți avea în vedere următoarele aspecte:

- adăugarea de comentarii detaliate pentru fiecare linie/bloc de cod;

- validarea datelor de intrare, i.e. veți testa dacă `A` și `b` verifică ipotezele în care această descompunere poate fi construită iar sistemul este bine definit, în cazurile contrare returnând mesaje de eroare.

- testarea funcției scrise, i.e. veți testa funcția scrisă pe mai multe exemple și se va verifica dacă obtineți soluția corectă folosind funcții built-in ale Matlab-ului. Exemplu date de intrare pentru testare:

$$A = \begin{pmatrix} a & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad a = \text{eps}(1.0) = 2^{-52}.$$

Problema 3 (Implementarea metodei Doolittle pentru factorizarea LU)

- Pentru matricea $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ argumentați dacă se poate aplica metoda Doolittle pentru găsirea factorizării LU. În caz afirmativ, să se scrie calculele detaliate ai aplicării acestei metode pentru matricea A.

- Scrieți o funcție Matlab

```
      function [L, U] = LUDoolittle(A)
...
      end
```

  care să admită ca parametru de intrare matricea `A` și care returnează factorizarea LU folosind metoda Doolittle.

- testați funcția scrisă pentru a verifica pașii calculelor facute la primul item.

Problema 4 (Implementarea factorizării pe blocuri)
Utilizând formulele pentru factorizarea pe blocuri, scrieți o funcție recursivă în Matlab care să admită ca parametru de intrare o matrice A și care să returneze factorizarea LU.

Vă urăm spor la treabă şi la învăţat:
Asist. Drd. Stefan Andronic
Asist. Dr. Tudor Vartolomei
Prof. Dr. Dumitrel Ghiba