Universitatea "Alexandru Ioan Cuza" din Iaşi
Facultatea de Matematică
Anul II

Termen limită: 4 săptămâni.
Studentul va explica modul de rezolvare în ultima săptămână

Algebră liniară numerică

Temă 2, 14 noiembrie 2025

Atenție.
În realizarea acestei teme nu se vor folosi funcții predefinite deja existente în Matlab pentru deducerea factorizărilor sau pentru rezolvarea sistemelor de ecuații. Acestea ar putea fi folosite doar pentru a verifica corectitudinea calculelor sau pentru a compara datele de output oferite de funcțiile dumneavoastră cu cele oferite de funcțiile deja existente.

Problema 1 (Rafinarea soluției)

- Scrieți o nouă funcție

```
        function x= RafinarePivotareTotala(A, b, tol)
...
        end
```

  încât să folosiți și procedee de rafinare a metodei, în scopul deducerii unei soluții x, folosind factorizarea LU, care să fie "mult mai aproape" de soluția exactă, e.g. soluția returnată de operatorul \.

- Scrieți o nouă funcție

```
        function x= RafinaresolQR(A, b, tol)
...
        end
```

  încât să folosiți și procedee de rafinare a metodei, în scopul deducerii unei soluții x, folosind factorizarea QR, care să fie "mult mai aproape" de soluția exactă, e.g. soluția returnată de operatorul \.

Problema 2 (Corelarea datelor)

Se consideră o mulțime de treizeci de perechi de date x_i și y_i generate de codul MATLAB

```
    randn('seed',314); x=linspace(0,1,30)';

    y=2*x.^3-3*x+1+0.05*randn(size(x));
```

i) Reprezentați grafic punctele de coordonate (x_i, y_i);

ii) Scrieți o funcție MATLAB pentru a găsi o funcție polinomială de ordin 3 care se potrivește cel mai bine punctelor (x_i, y_i) în sensul celor mai mici pătrate. Reprezentați grafic punctele împreună cu funcția polinomială pe aceeași figură.

ii) Scrieți o funcție MATLAB pentru a găsi o funcție polinomială de ordin 4 care se potrivește cel mai bine punctelor în sensul celor mai mici pătrate. Reprezentați grafic punctele (x_i, y_i) împreună cu funcția polinomială pe aceeași figură.

iii) Calculați abaterea totală față de punctele considerate atât pentru punctul ii) cât și pentru punctul iii) și comparați rezultatele.

Atenție.
În timpul scrierii funcției veți avea în vedere adăugarea de comentarii detaliate pentru fiecare linie/bloc de cod.

Problema 3

$$\text{Fie} \quad A = \begin{pmatrix} 1+10^{-3} & 2 & 3 \\ 2 & 4+10^{-3} & 6 \\ 3 & 6 & 9+10^{-3} \end{pmatrix} \quad \text{și} \quad b = A\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}.$$

i) Determinați soluția sistemului $Ax = b$ folosind metoda celor mai mici pătrate.

ii) Calculați abaterea soluției aproximative față de soluția exactă.

iii) Propuneți o metodă numerică de diminuare a acestei abateri, implementați-o și calculați noua abatere.

Atenție.
În timpul scrierii funcției veți avea în vedere adăugarea de comentarii detaliate pentru fiecare linie sau bloc de cod, explicând clar rolul fiecărei instrucțiuni.

Problema 4
Fie sistemul

$$\begin{aligned} x_1 - x_2 - x_3 + x_4 &= 1, \\ x_1 + 2x_2 + x_3 - 3x_4 &= 1. \end{aligned}$$

- Identificați o metodă pentru calculul aproximativ al unei soluții în sensul problemei celor mai mici pătrate;
- Identificați o soluția în sensul problemei celor mai mici pătrate care este cea mai apropiată de $(1, 0, -1, 0)^T$.

Problema 5
Un laborator de fizică dorește să determine în mod experimental *constanta de elasticitate* k a unui arc, conform legii lui Hooke:

$$F = k\,x,$$

unde F reprezintă forța aplicată (N), iar x alungirea măsurată a arcului (m).

Din cauza unor erori experimentale, valorile măsurate nu respectă perfect relația teoretică. Cercetătorii au realizat următoarele măsurători:

F (N)	x (m)
1	0.011
2	0.021
3	0.032
4	0.041
5	0.051
6	0.062

Se dorește determinarea celei mai bune valori pentru constanta k, folosind informația experimentală disponibilă.

Vă urăm spor la treabă şi la învăţat:
Asist. Drd. Stefan Andronic
Asist. Dr. Tudor Vartolomei
Prof. Dr. Dumitrel Ghiba