Tema 14. Mulţimea lui Mandelbrot

1. Mulţimea lui Mandelbrot reparametrizată. In figura următoare este

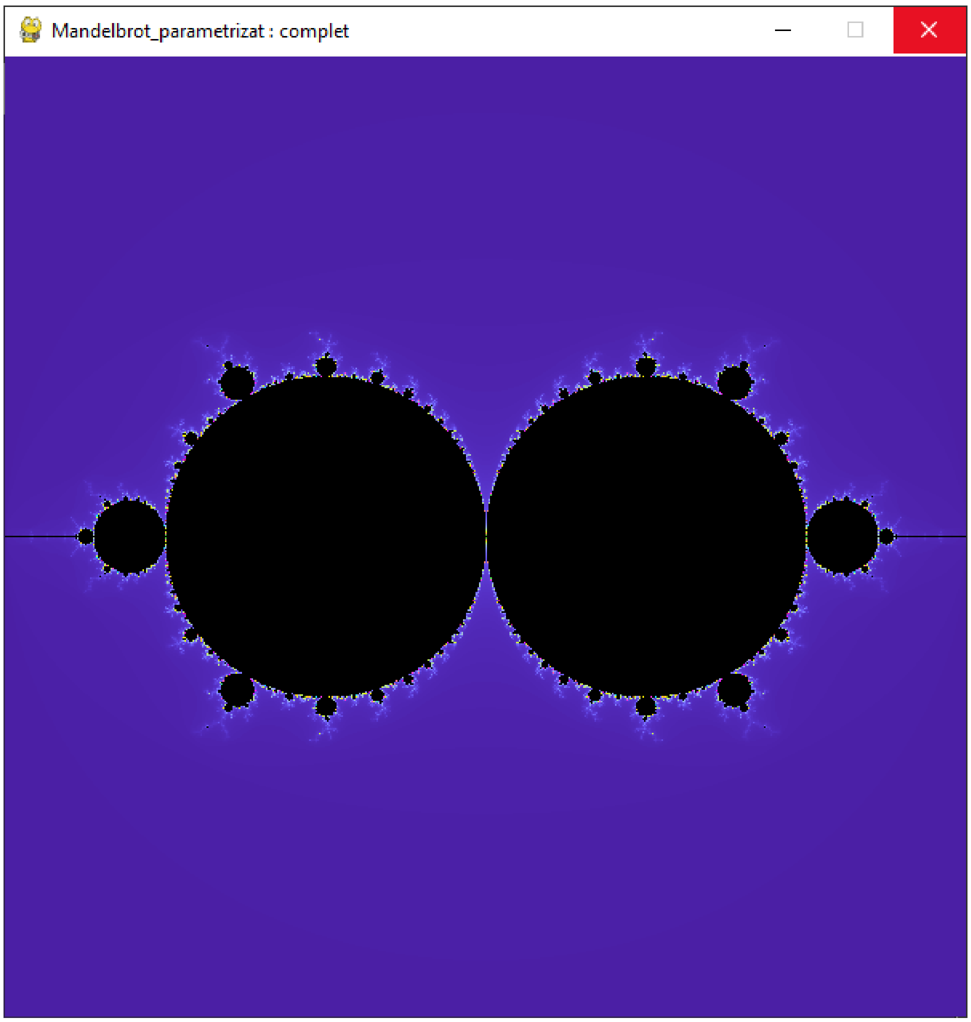

FIGURA 1

reprezentată mulţimea acelor $\omega \in \mathbb{C}$ pentru care

$$c = (1 - (\omega - 1)^2)/4$$

apaţine mulţimii lui Mandelbrot. Modificaţi funcţia de desenare `Mandelbrot()` dată la curs pentru a obţine această reprezentare.

2. Mulţimea lui Mandelbrot generalizată. Definiţi o funcţie care să traseze mulţimea

$$\mathcal{M} = \{c \in \mathbb{C} \,|\, \text{şirul } (f_c^{\circ n}(0)) \text{ este mărginit}\}, \tag{1}$$

pentru $f_c(z) = z^p + c$ cu $p = 4$. Rezultatul trebuie să fie cel din Figura 2.

FIGURA 2. $f_c(z) = z^4 + c$

Studiaţi apoi invarianţa rotaţională a mulţimii $\mathcal{M}$ în cazurile $p = 5$, $p = 6$ şi $p = 7$. Ce constataţi?

3. Mulţimea MandelBar. Reprezentaţi mulţimea $\mathcal{M}$ definită de relaţia (1) corespunzătoare funcţiei $f_c(z) = \bar{z}^2 + c$. Rezultatul, cunoscut sub denumirea de *tricorn* sau *mulţimea MandelBar*, este dat de Figura 3. Căutaţi să măriţi imaginea în vecinătatea unui punct de pe frontieră.

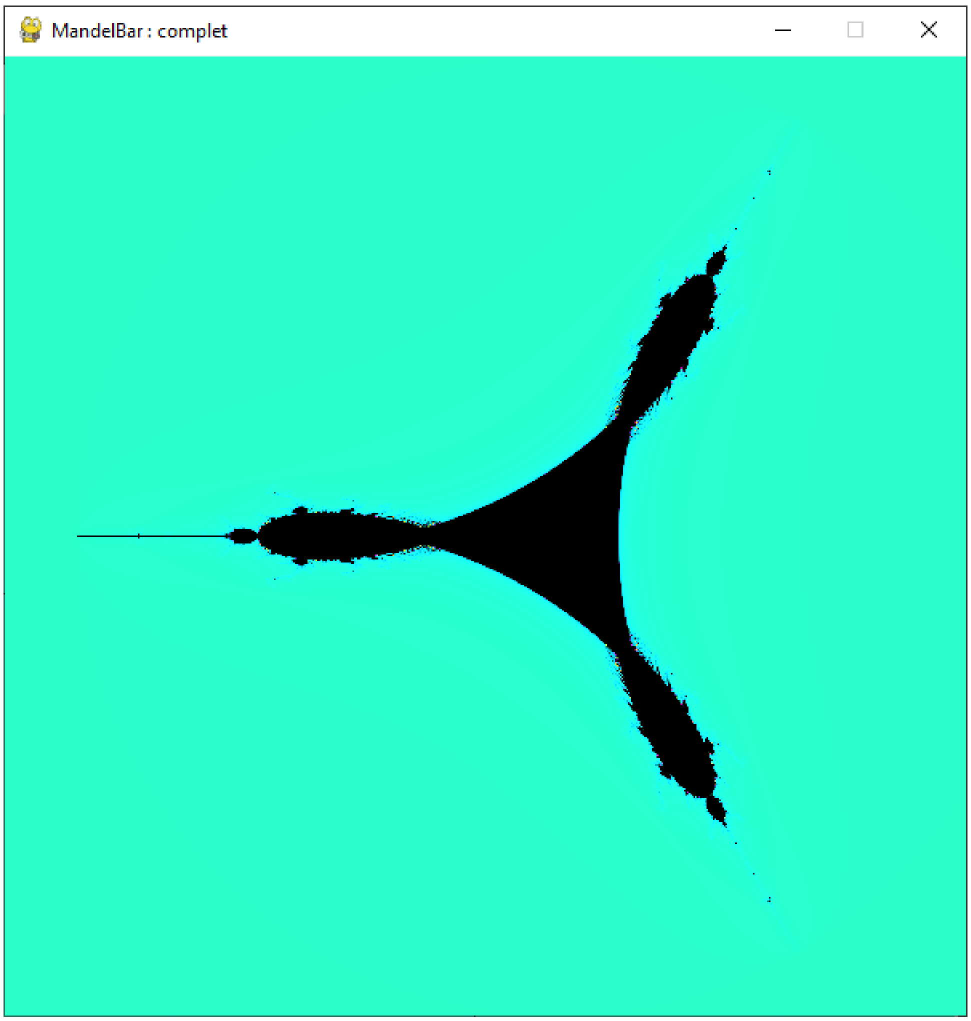

FIGURA 3. Mulţimea MandelBar

4. Mulţimea MandelSinus. Reprezentaţi mulţimea

$$\mathcal{S} = \{c \in \mathbb{C} \,|\, \text{şirul } z_{n+1} = c \sin z_n \text{ pentru orice } n \geq 0, \text{ cu } z_0 = c, \text{ este mărginit}\}, \tag{2}$$

unde funcţia complexă *sinus* este definită de seria de puteri

$$\sin z = z - \frac{z^3}{3!} + \frac{z^5}{5!} - \frac{z^7}{7!} + \cdots,$$

convergentă pentru orice $z \in \mathbb{C}$.

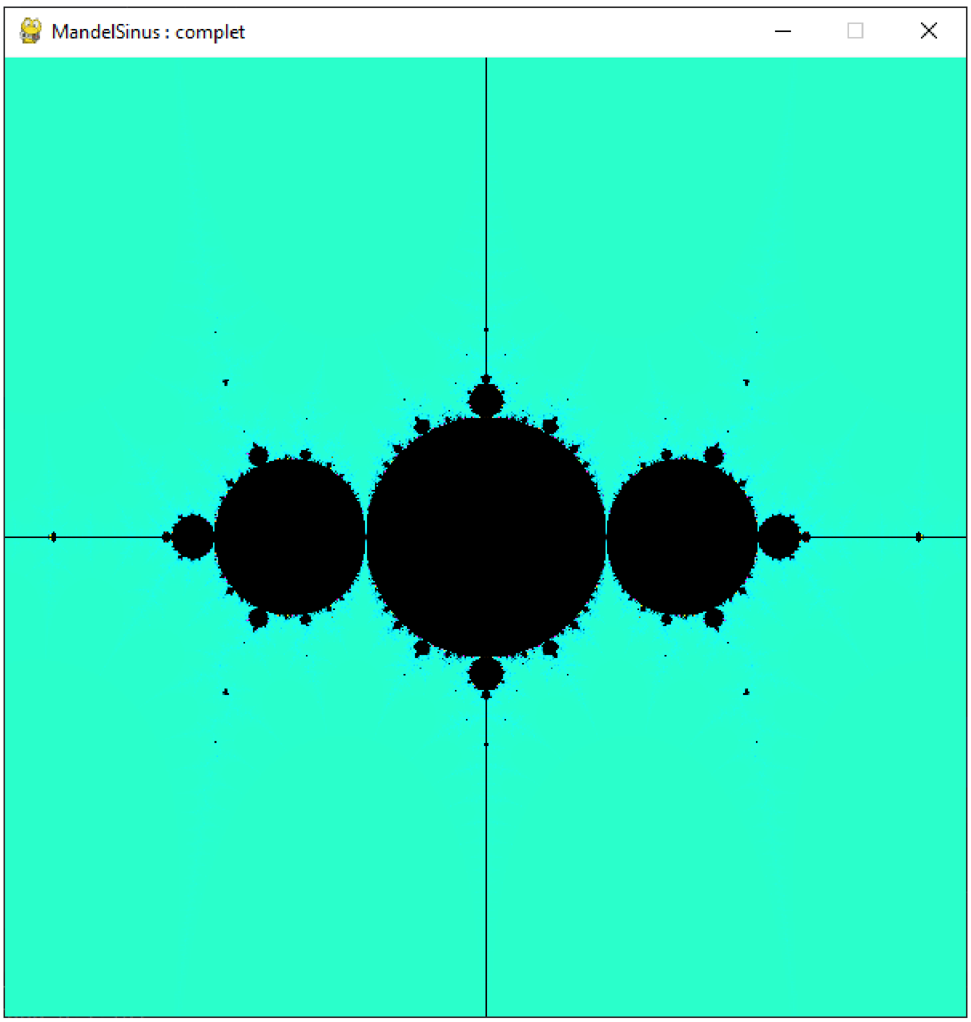

Figura 4. Mulţimea MandelSinus