

Schimbări de baze și coordonate în $(V_3, +, \cdot)$

- ① Fie $\triangle ABC$ și V_2 spațiul vectorial al vectorilor liberi din planul (ABC) . Notăm $(ABC) = V_2$. Fie B' mijlocul segmentului $[AC]$ și C' mijlocul segmentului $[AB]$.
- (i) Să se justifice că sistemele de vectori $\beta = \{\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\}$ și $\beta' = \{\overrightarrow{BB'}, \overrightarrow{CC'}\}$ sunt baze în (ABC) .
- (ii) Să se determine matricea de trecere de la β la β' și să se stabilească dacă bazele sunt la fel orientate sau nu.
- (iii) Să se determine coordonatele vectorilor $\overrightarrow{BC}$ și $\overrightarrow{AA'}$ în aceste baze și să se verifice relația de schimbare a coordonatelor.
- ② Fie tetraedrul $ABCD$ și sistemele de vectori $\beta = \{\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}\}$ și $\beta' = \{\overrightarrow{BB_1}, \overrightarrow{CC_1}, \overrightarrow{DD_1}\}$ unde B_1 este centrul de greutate ptr ACD ,...
- (i) Să se justifice că β și β' sunt baze și să se determine matricea de trecere de la β la β' și de la β' la β .
- (ii) Să se stabilească dacă β și β' .
- (iii) Să se determine coordonatele vectorului $\overrightarrow{MN}$ în raport cu cele două baze, unde M este mijlocul seg $[AB]$ și N mijlocul segmentului $[CD]$. Să se verifice formula schimbării de coordonate.
- ③ Considerăm $\triangle ABC$ și punctele M, N, P definite prin relațiile:
- $$2\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \vec{0}, \quad 3\overrightarrow{NC} - 4\overrightarrow{NA} = \vec{0}, \quad 2\overrightarrow{PA} + 3\overrightarrow{PB} = \vec{0}$$
- (i) Să se arate că: $\overrightarrow{BM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{CN} = 4\overrightarrow{CA}$, $\overrightarrow{AP} = \frac{3}{5}\overrightarrow{AB}$

(ii) Să se determine coordonatele vectorilor $\overrightarrow{PN}$ și $\overrightarrow{PM}$ în raport cu sistemul de vectori $\beta = \{\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\}$ (Justificați β bază).

(iii) Demonstrați că M, N, P sunt puncte coliniare.

④ Fie ΔABC și sistemele de vectori în $V_2 = (\overrightarrow{ABC})$:
 $\beta_1 = \{\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\}$, $\beta_2 = \{\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{CB}\}$ și $\beta_3 = \{\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC}\}$

Să se arate că : (i) $\beta_1, \beta_2, \beta_3$ sunt baze

(ii) $\beta_1 \otimes \beta_2, \beta_1 \otimes \beta_3, \beta_2 \otimes \beta_3$.

⑤ Fie triunghiurile coplanare ΔABC și $\Delta A'B'C'$. Să se arate că dacă $\beta = \{\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\}$ și $\beta' = \{\overrightarrow{A'B'}, \overrightarrow{A'C'}\}$ sunt baze la fel orientate atunci $\beta_1 = \{\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC}\}$ și $\beta'_1 = \{\overrightarrow{B'A'}, \overrightarrow{B'C'}\}$ sunt baze la fel orientate.

6. Fie ΔABC și A', B', C' mijloacele laturilor $[BC], [CA], [AB]$.
 În planul triunghiului se consideră reperele $R = \{A; \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\}$
 și $R' = \{A'; \overrightarrow{A'B'}, \overrightarrow{A'C'}\}$.

(i) Să se scrie matricile ce dau schimbarea de repere $R \rightarrow R'$

(ii) Să se stabilească orientarea bazelor ptr cele două repere.

(iii) Să se determine coordonatele centrului de greutate G ptr ΔABC în raport cu cele două repere. Să se verifice formula schimbării de coordonate.