

Exerciții (John G. Ratcliffe)

pag. 51

✓ 1. Fie α, β, γ unghiuri ale unui triunghi sferic și fie a, b, c lungimile laturilor opuse corespunzătoare.

Să se arate că

$$(1) \cos a = \cos b \cos c + \sin b \sin c \cos \alpha$$

și analogele

$$(2) \cos \alpha = -\cos \beta \cos \gamma + \sin \beta \sin \gamma \cos a$$

și analogele.

✓ 2. Fie $\alpha, \beta, \frac{\pi}{2}$ unghiurile unui triunghi dreptunghic sferic și fie a, b, c lungimile laturilor opuse. S. s. a. c.

$$(1) \cos c = \cos a \cos b$$

$$(2) \cos c = \cotang \alpha \cotang \beta$$

$$(3) \sin a = \sin c \sin \alpha$$

$$(4) \sin a = \tanh b \cotang \beta$$

$$(5) \cos \alpha = \tanh b \cotang c$$

$$(6) \cos \alpha = \cos a \sin \beta$$

✓ 3. Să se arate că două triunghiuri sferice sunt congruente dacă și numai dacă au aceleași unghiuri.

(4) Fie a, b, c laturile unui triunghi sferic. Să se arate că $a + b + c < 2\pi$

5. Fie α și β două unghiuri într-un triunghi sferic și fie a și b lungimile laturilor opuse. Să se arate că $\alpha \leq \beta$ dacă și numai dacă $a \leq b$ și că $\alpha = \beta$ dacă și numai dacă $a = b$

6. Fie α și β două unghiuri într-un triunghi sferic
 a. r. $\alpha \leq \beta \leq \frac{\pi}{2}$ și fie a lungimea laturii opuse
 lui α . S. s. arate că $a \leq \frac{\pi}{2}$, iar egalitatea are
 loc dacă și numai dacă $\alpha = \beta = \frac{\pi}{2}$.

7. Fie α, β, γ numere reale astfel încât

$$0 < \alpha \leq \beta \leq \gamma < \pi.$$

Să se arate că există un triunghi sferic cu
 unghiurile α, β, γ dacă și numai dacă

$$\beta - \alpha < \pi - \gamma < \alpha + \beta.$$