



E-1 În $\mathcal{E}^3$ se consideră punctele $A(1, 0, 1)$, $B(a, a, 1)$ și $C(2, 0, 0)$, $a \in \mathbb{R}$.

Să se determine valoarea parametrului $a \in \mathbb{R}$ astfel încât triunghiul ABC să fie dreptunghic în vârful A . În continuare vom folosi $a = 1$.

Să se scrie ecuațiile canonice ale mediatoarei ipotenuzei BC .

Să se determine un punct astfel încât simetricul său față de ipotenuza BC să fie centrul de greutate al triunghiului ABC .

Să se scrie ecuația generală a planului ABC și ecuațiile parametrice ale normalei la planul ABC duse prin mijlocul ipotenuzei.

Determinați coordonatele unui punct aflat pe normala determinată anterior care se află la 2 unități distanță de planul ABC .

E-2 În $\mathcal{E}^3$ se consideră dreapta $d : \frac{x}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z}{4}$ și planul $\pi : 4x - 2y + 1 = 0$.

Să se studieze poziția relativă a dreptei d față de planul π .

Să se determine 2 puncte A și B astfel încât $A \in d$ și $M \in \pi$ unde M este mijlocul segmentului $[AB]$.

Determinați unghiul format de dreapta d și planul π .

Scrieți ecuația planului normal dreptei d care conține originea sistemului de coordonate.

Determinați coordonatele punctelor aflate pe axa Ox la distanța de 4 unități față de planul π .

E-3 În $\mathcal{E}^3$ se consideră punctul $A(1, 0, 1)$ și dreapta $d : \frac{x}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z}{3}$.

Determinați coordonatele proiecției punctului A pe dreapta d .

Determinați coordonatele punctelor B și C de pe dreapta d astfel încât triunghiul ABC să fie isoscel în vârful A .

Calculați măsura unghiului $\widehat{BAC}$.

Scrieți ecuația planului paralel cu xOy care conține punctul A .

Care este poziția relativă a planului determinat anterior față de dreapta d .

E-4 În $\mathcal{E}^3$ se consideră dreptele: $d_1 : \frac{x}{1} = \frac{y}{0} = \frac{z}{2}$ și $d_2 : \frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{3}$.

Scrieți ecuațiile parametrice ale perpendicularei comune a dreptelor d_1 și d_2 .

Scrieți ecuația planului normal dreptei d_1 care trece prin $A(1, 1, 1)$.

Scrieți ecuațiile canonice ale proiecției dreptei d_1 pe planul $x + y + z - 1 = 0$.

Determinați unghiul neorientat dintre dreptele d_1 și d_2 .

Calculați $d(d_1, d_2)$.

E-5 În $\mathcal{E}^3$ se consideră dreapta $d : \begin{cases} x + y + z - 3 = 0 \\ x - y = 0 \end{cases}$ și planul $\pi : 6x - 2y + 7 = 0$.

Dați exemple de 2 puncte A și B de pe dreapta d pentru care mijlocul segmentului $[AB]$ este $M(1, 1, 1)$.

Scrieți ecuația unui plan care trece prin origine și este normal dreptei d .

Determinați măsura unghiului neorientat dintre dreapta d și planul π .

Determinați coordonatele unui punct $P \in Oz$ pentru care $d(P, d) = 2$.

Calculați distanța dintre d și δ , unde $\delta : x = y = 2z$.

E-6 În raport cu un reper ortonormat pozitiv în $\mathcal{E}^2$ se dau ecuațiile aplicației

$$f : E \rightarrow E, \quad f : \begin{cases} x' = -y + 2 \\ y' = -x + 2 \end{cases}$$

Demonstrați că f este o izometrie, precizând specia ei. Determinați dacă f are puncte fixe, apoi precizați natura lui f .

Să se studieze ce se obține prin compunerea: $R_{Ox, \frac{\pi}{4}} \circ R_{Ox, \frac{\pi}{2}}$.

E-7 În raport cu un reper ortonormat pozitiv în $\mathcal{E}^2$ se dau ecuațiile aplicației

$$f : E \rightarrow E, \quad f : \begin{cases} x' = \frac{\sqrt{3}}{2}x + \frac{1}{2}y - 2, \\ y' = -\frac{1}{2}x + \frac{\sqrt{3}}{2}y. \end{cases}$$

Demonstrați că f este o izometrie, precizând specia ei. Determinați dacă f are puncte fixe, apoi precizați natura lui f .

Să se determine izometria f pentru care $f \circ S_d = t_{\bar{u}}$, $d : \frac{x}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z}{0}$, $\bar{u} = (2, 2, 0)$.

E-8 Să se scrie ecuațiile rotației de centru $\Omega(1, 2)$ și unghi $\theta = \frac{\pi}{4}$. Determinați imaginea dreptei $d : x - y + 2 = 0$ prin această izometrie și reprezentați grafic.

Să se studieze ce se obține din compunerea:

$$S_d \circ S_\delta, \quad d : \frac{x}{1} = \frac{y}{0} = \frac{z-4}{1}, \quad \delta : \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{0} = \frac{z}{2}.$$

E-9 Să se studieze $S_d \circ S_\delta$, $d : x + 2y - 2 = 0$, $\delta : 2x - y = 0$.

Să se scrie ecuațiile izometriei $S_\pi \circ R_{Oy, \frac{\pi}{2}}$, $\pi : y + 6 = 0$.