Tema1: Congruenta triunghiurilor, suma masurilor unghiurilor unui triunghi, drepte paralele, clasa a VIa

1. Fie $\triangle ABC$ in care $\hat{B}, \hat{C}$ sunt ascutite. Fie $E, F \in BC$ astfel incat $B \in (EC), C \in (BF)$, $[BE] \equiv [BA]$, $[CF] \equiv [CA]$ si I intersectia perpendicularei din B pe AE cu perpendiculara din C pe AF. Demonstrati ca $(AI$ este bisectoarea interioara a unghiului $\widehat{BAC}$.

2. In exteriorul triunghiului ascutitunghic ABC se construiesc triunghiurile echilaterale $\triangle ABE$ si $\triangle ACF$. Fie $\{D\} = BF \cap CE$. Aratati ca:
   (a) $[BF] \equiv [CE]$;
   (b) daca $BE \parallel AC$, atunci $CF \parallel AB$;
   (c) * daca $[AB] \equiv [AC]$, atunci $AD \perp BC$.

3. Fie $\triangle ABC$ in care $BC = 2AB$ si $m(\hat{B}) = 2m(\hat{C})$. Determinati masurile unghiurilor triunghiului.

4. In $\triangle ABC$ se cunosc $m(\hat{A}) = 15°$ si $m(\hat{C}) = 30°$. Fie $D \in (AC$ astfel incat $[AD] \equiv [BC]$. Determinati $m(\widehat{ABD})$.

5. Se considera unghiul nealungit $\widehat{XOY}$ si punctele $A, B \in (OX$, $C, D \in (OY$ astfel incat $A \in (OB)$, $C \in (OD)$ si $2OA + AB = 2OC + CD$. Aratati ca mediatoarele segmentelor $[AB]$ si $[CD]$ se intersecteaza intr-un punct situat pe bisectoarea lui $\widehat{XOY}$.

6. Fie triunghiul dreptunghic ABC, cu unghiul drept in A si D proiectia ortogonala a lui A pe BC. Fie M si N picioarele perpendicularelor duse din D pe AB, respectiv pe AC. Fie $E \in (DB)$ si $F \in (DC)$ astfel incat $EM = EB$ si $NE = FD$.
   (a) Sa se exprime, in functie de unghiurile triunghiului ABC, unghiurile triunghiurilor BDM, NDC, BEM, DFN.
   (b) Aratati ca bisectoarea unghiului $\widehat{NFD}$ este paralela cu AC si ca bisectoarea unghiului $\widehat{BEM}$ este perpendiculara pe AB.

7. Fie doua drepte paralele d, d' si s o secanta care intersecteaza pe d in A si pe d' in B. Bisectoarele celor doua unghiuri interne aflate de aceeasi parte a secantei s se intalnesc in C. Din C se construiesc perpendiculare pe d, d', s, ale caror picioare le notam respectiv cu H, K, M.
   (a) Sa se arate ca $\triangle ABC$ este dreptunghic.
   (b) Sa se compare lungimile CH, CK, CM.
   (c) Sa se arate ca $AB = AH + BK$.

8. Fie $\triangle ABC$ oarecare si $(BM$ bisectoarea unghiului B, $M \in (AC)$. Paralela prin M la BC intersecteaza AB in N.
   (a) Sa se arate ca $[BN] \equiv [MN]$.

(b) Daca $[BM] \equiv [MC]$, sa se demonstreze ca $(MN$ este bisectoarea lui $\widehat{AMB}$.

9. Fie triunghiul oarecare ABC. Prin A, B, C se duc perpendicularele respectiv pe AB, BC, CA, care se intersecteaza in A', B', C'. Sa se calculeze masurile unghiurilor triunghiului $A'B'C'$ in functie de masurile unghiurilor triunghiului ABC.

10. Sa se arate ca daca un unghi al unui triunghi are masura de 45°, atunci dreptele care unesc picioarele inaltimilor corespunzatoare laturilor acestui unghi cu mijlocul laturii opuse sunt perpendiculare.