

Tema 3: Paralelogramul, linia mijlocie in triunghi, clasa a VIIa

1. Se considera triunghiul ABC in care $BC = 2AC$. Fie $D \in (BC)$ astfel incat $BD = 3DC$. Aratati ca $AD = \frac{1}{2}AB$.
2. Se da paralelogramul $ABCD$ cu $AB = 7,5$ cm si $AD = 2,5$ cm.
 - (a) Sa se demonstreze ca bisectoarele unghiurilor \hat{D} si \hat{C} impart latura $[AB]$ in trei segmente congruente.
 - (b) Sa se determine masura unghiului format de aceste bisectoare.
 - (c) Sa se afle ce relatie trebuie sa existe intre lungimile laturilor $[AB]$ si $[AD]$ pentru ca cele doua bisectoare sa se intersecteze intr-un punct situat pe $[AB]$?
3. In patrulaterul convex $ABCD$ distantele de la A si C la BD sunt egale. De asemenea, distantele de la B si D la AC sunt egale. Demonstrati ca $ABCD$ este paralelogram.
4. Fie $\triangle ABC$ in care bisectoarea unghiului \hat{A} si mediana corespunzatoare laturii (AC) sunt perpendiculare. Fie O punctul lor de intersectie. Se noteaza cu M, N, P respectiv mijloacele laturilor $[BC], [CA], [AB]$. Aratati ca:
 - (a) punctele M, O, P sunt coliniare;
 - (b) $[MN] \equiv [MO]$.
5. Pe laturile $[BC]$ si $[CD]$ ale paralelogramului $ABCD$ se construiesc, in exteriorul sau, triunghiurile echilaterale $\triangle BCE$ si $\triangle CDF$. Aratati ca $\triangle AEF$ este echilateral.
6. Fie $ABCDE$ un pentagon convex. Fie K, L, M, N, P, Q respectiv mijloacele segmentelor $[AB], [BC], [CD], [DE], [KM], [LN]$. Aratati ca $PQ = \frac{1}{4}AE$.
7. Pe laturile unui paralelogram se construiesc in exterior patru triunghiuri echilaterale. Sa se arate ca varfurile acestor triunghiuri, diferite de varfurile paralelogramului, sunt varfurile altui paralelogram.
8. Se prelungeste mediana $[AD]$ a triunghiului ABC cu segmentul $[DE] \equiv [AD]$, $D \in (AE)$. Sa se arate ca:
 - (a) $\triangle ABD \equiv \triangle CDE$ si $\triangle ABC \equiv \triangle BCE$;
 - (b) $ABEC$ este paralelogram.
9. Intr-un paralelogram $ABCD$, bisectoarea unghiului A taie CD in M , iar bisectoarea unghiului C taie AB in N . Sa se arate ca $AMCN$ si $BMDN$ sunt paralelograme.
10. Fie paralelogramul $ABCD$ in care diagonala $[BD]$ este congruenta cu latura $[AD]$. Se uneste B cu mijlocul M al laturii $[CD]$ si se prelungeste $[BM]$ cu segmentul $[ME] \equiv [BM]$. Sa se demonstreze ca:
 - (a) $BM \perp CD$;
 - (b) punctele A, D, E sunt coliniare;
 - (c) $[AD] \equiv [DE]$.