

Tema 4: paralelograme particulare, trapez, clasa a VIIa

1. Aratati ca patrulaterul convex cu doua laturi opuse congruente si diagonalele congruente este trapez isoscel sau dreptunghi.
2. Fie trapezul isoscel $ABCD$ cu baza mare $[AB]$ si fie E intersectia dreptei AB cu paralela prin D la BC . Fie $F \in (DE)$ astfel incat $E \in (DF)$ si $[BF] \equiv [BE]$. Aratati ca $[AC] \equiv [CF]$.
3. Fie romburile $ABCD$, $CBFE$ si $CEGD$ astfel incat interioarele lor sa fie disjuncte. Pe paralela in A la DG se ia punctul H , in semiplanul marginit de AD ce contine pe G , astfel incat $[AH] \equiv [DG]$. Demonstrati ca $[HG] \equiv [EG]$.
4. Fie M un punct situat in interiorul patratului $ABCD$, astfel incat $m(\widehat{MAB}) = m(\widehat{MBA}) = 15^\circ$. Aratati ca $\triangle MCD$ este echilateral.
5. Fie patrulaterul convex ortodiagonal $ABCD$ (are diagonalele perpendiculare), si fie O punctul de intersectie al diagonalelor. In interiorul patrulaterului se considera patratul $EFGH$ astfel incat $(HE) \cap (AO) = \{Q\}$, $(HG) \cap (DO) = \{P\}$, $(GF) \cap (CO) = \{N\}$ si $(EF) \cap (BO) = \{M\}$. Aratati ca $AQ = QO$, $DP = PO$, $CN = NO$ si $BM = MO$.
6. Intr-un paralelogram $ABCD$ se noteaza cu E si F punctele in care bisectoarele unghiurilor A si C intersecteaza laturile $[CD]$ si respectiv $[AB]$, cu M si Q punctele in care bisectoarea unghiului B taie $[AE]$ si respectiv $[CF]$. Sa se arate ca:
 - (a) $MQPN$ este dreptunghi;
 - (b) $MP \parallel AB$ si $NQ \parallel AD$;
 - (c) $MP = AB - BC$;
 - (d) $d(A, DC) = d(E, AD)$;
 - (e) daca $ABCD$ e dreptunghi, atunci $MNPQ$ este patrat;
 - (f) daca $ABCD$ e patrat, atunci toate bisectoarele anterioare sunt concurente.
7. Din punctul de intersectie a diagonalelor unui romb se duc perpendiculare pe laturile rombului. Sa se arate ca picioarele acestor perpendiculare sunt varfurile unui dreptunghi.
8. Unghiul A al rombului $ABCD$ are masura de 60° . Fie $BE \perp AD$, $E \in AD$ si F simetricul lui B fata de E . Fie $DG \perp BC$, $G \in BC$ si H simetricul lui D fata de G . Sa se arate ca:
 - (a) $DFBH$ este un paralelogram si sa se determine masurile unghiurilor acestuia;
 - (b) $AFCH$ este paralelogram si sa se calculeze perimetrul in functie de lungimile laturilor rombului.
9. Pe laturile unui romb se construiesc in exterior patru patrate. Aratati ca centrele acestor patrate sunt varfurile unui alt patrat.

10. Fie $ABCD$ un trapez isoscel, cu $AD = CB$ si baza mare $[AB]$. Prin punctul O de intersectie al diagonalelor $[AC]$ si $[BD]$ se duce paralela la bazele trapezului, iar aceasta taie (AD) in P si (CB) in Q .
- (a) Demonstrati ca $\triangle AOB$ este isoscel.
 - (b) Aratati ca (OP) este bisectoarea unghiului AOD .
 - (c) Paralelele duse prin P la BD si AC intersecteaza dreapta ce trece prin mijloacele bazelor in E si respectiv F . Demonstrati ca $PEQF$ este romb.