Tema 5: Linii importante in triunghi

1. Aratati ca doua triunghiuri sunt congruente daca si numai daca au medianele respectiv congruente.

2. Se considera un triunghi ABC. Construiti un triunghi ale carui laturi sa fie respectiv congruente cu medianele triunghiului ABC. Apoi aflati, in functie de lungimile laturilor triunghiului ABC, lungimile medianelor noului triunghi.

3. Fie M, N respectiv mijloacele laturilor $[BC]$, $[CD]$ ale paralelogramului $ABCD$. Aratati ca $DM \perp AC$ daca si numai daca $2BN = 3CD$.

4. Aratati ca paralelele duse prin mijloacele M, N, P ale laturilor $[BC]$, $[CA]$, $[AB]$ ale triunghiului ABC re spectiv la bisectoarele unghiurilor $\widehat{BAC}$, $\widehat{CBA}$, $\widehat{ACB}$ sunt concurente.

5. Fie \triangle ABC si D intersectia bisectoarei unghiului $\widehat{ABC}$ cu dreapta AC. Aflati masurile unghiurilor triunghiului ABC in cazul in care centrul cercului circumscris triunghiului ABC coincide cu centrul cercului inscris triunghiului ABD.

6. Fie triunghiul ascututunghic ABC si D, E, F respectiv picioarele inaltimilor din A, B, C, iar M, N, P respectiv mijloacele laturilor $[BC]$, $[CA]$, $[AB]$. Aratati ca perpendicularele duse din M, N, P respectiv pe EF, FD, DE sunt concurente.

7. Fie $\triangle ABC$ in care $m(\hat{A}) \neq 90^\circ$ si punctele $E \in (AC$, $F \in (AB$ astfel incat $[EB] \equiv [AB]$ si $[FC] \equiv [AC]$. Demonstrati ca, daca M este mijlocul lui $[AE]$, N este mijlocul lui $[AF]$, iar $\{P\} = BM \cap CN$, atunci $AP \perp BC$.

8. Pe laturile triunghiului ABC se construiesc, in exterior, triunghiurile DBC, ECA, FAB astfel incat $[AE] \equiv [AF] \equiv [BC]$, $[BF] \equiv [BD] \equiv [CA]$ si $[CD] \equiv [CE] \equiv [AB]$. Aratati ca perpendicularele din D, E, F respectiv pe BC, CA, AB sunt concurente.

9. Pe catetele $[AB]$ si $[AC]$ ale triunghiului dreptunghic ABC se construiesc in exterior patratele $ABEF$ si $ACGH$. Fie $AD \perp BC$, $d \in BC$. Demonstrati ca AD, BG si CE sunt concurente.

10. Pe diagonala $[BD]$ a patratului $ABCD$ se considera punctul E astfel incat $[EB] \equiv [AB]$. Fie F, G simetricele fata de B ale lui E, respectiv A. Fie $\{M\} = BC \cap EG$, $\{N\} = AE \cap BC$, $\{P\} = CF \cap EG$. Aratati ca:
    (a) perpendiculara in B pe BD trece prin P;
    (b) $AM \perp NG$.