

Tema 6: Asemanarea triunghiurilor (T. Thales, TFA, cazuri de asemanare)

1. Fie $\triangle ABC$ dreptunghic in A si D mijlocul lui $[BC]$. Printr-un punct $E \in (BC)$ se duce paralela la AD , care intersecteaza AB in F si AC in G . Demonstrati ca $EF = EG = BC$.
2. Fie $ABCD$ un patrat de centru O si M simetricul lui A fata de B . Fie $E \in (BC)$ astfel incat $CE = \frac{2}{3}CB$ si $AE \cap MC = \{F\}$. Demonstrati ca:
 - (a) $OC \cdot CM = CF \cdot CA$;
 - (b) punctele M, E, O sunt coliniare.
3. Se considera un romb $ABCD$ avand lungimea laturii a . Prin varful A se duce o secanta oarecare ce intersecteaza prelungirile laturilor (CB) si (CD) respectiv in E si F . Sa se arate ca:
 - (a) $\frac{EA}{EF} = \frac{AB}{FC}$;
 - (b) $\frac{FA}{EF} = \frac{AD}{CE}$;
 - (c) $\frac{1}{CE} + \frac{1}{CF} = \frac{1}{a}$.
4. Fie paralelogramul $ABCD$. Pe diagonala (BD) se ia un punct M . Paralelele prin M la AB, BC intalnesc (AD) , respectiv (DC) in N si P . Demonstrati ca $\frac{AN}{ND} = \frac{CP}{PD}$ si $NP \parallel AC$.
5. Fie $\triangle ABC$ cu $AB = AC$ si D piciorul inaltimii din A . Fie E intersectia acestei inaltimi cu bisectoarea unghiului B si F intersectia bisectoarei cu perpendiculara in A pe AB . Demonstrati ca $AB \cdot DE = AF \cdot BD$.
6. In $\triangle ABC$ se duce o paralela la mediana AD . Fie E si F punctele in care aceasta taie latura $[AB]$, respectiv $[AC]$. Aratati ca $\frac{AE}{AF} = \frac{AB}{AC}$.
7. Fie $ABCD$ paralelogram, $M \in (AB)$, $N \in (AD)$ a.i. $\frac{AM}{AB} = \frac{1}{3}$ si $\frac{AN}{AD} = \frac{1}{2}$. Fie $\{P\} = AC \cap MN$. Aflati $\frac{AP}{AC}$.
8. Fie $\triangle ABC$ dreptunghic in A si D proiectia lui A pe BC . Fie $E \in (AD)$ si $F \in (DC)$. Demonstrati ca $BE \perp AF \Leftrightarrow \frac{AE}{AD} = \frac{CF}{CD}$.
9. Fie $\triangle ABC$ si D mijlocul lui $[BC]$. Fie E, F proiectiile lui D pe AB , respectiv AC . Aratati ca $DE \cdot AB = DF \cdot AC$.
10. Prin centrul de greutate al unui triunghi se duce o dreapta care nu trece prin varfurile triunghiului. Sa se arate ca suma distantelor la dreapta a celor doua varfuri, situate de aceeasi parte a dreptei, este egala cu distanta celui de al treilea varf la dreapta.