

Curs III: Principiile MPM

Oana Constantinescu

Cuprins

1	<i>Principiul caracterului stiintific al invatamantului matematic</i>	1
2	<i>Principiul sistematizarii si continuitatii</i>	2
3	<i>Principiul invatarii constiente si active</i>	4
4	<i>Principiul respectarii particularitatilor de varsta si individuale</i>	6
5	<i>Principiul intuitiei</i>	8

1 *Principiul caracterului stiintific al invatamantului matematic*

Corectitudinea informatiilor Una dintre principalele griji ale unui profesor este ca informatia pe care o transmite sa fie corecta, exacta, sa nu dea nastere la ambiguitati. Corectitudinea informatiilor este asigurata, teoretic, de manualele scolare. Elaborate de colective de profesori cu experienta, avizate de o comisie a Ministerului Invatamantului, manualele sunt in cea mai mare parte "sigure". Se pot insa strecura unele variante care, chiar daca nu sunt greseli propriu-zise, produc ambiguitati. Ca **exemplu** amintim predarea in liceu a notiunii de inel, in care apare axioma existentei elementului neutru. Dar in cartile de specialitate, si chiar in unele culegeri, se distinge notiunea de inel unitar. O alta situatie este scrierea diferita a cuantificatorilor logici: \forall , (\forall) , etc.

Rigoarea Matematica necesita o rigoare maxima. Dar acest lucru e valabil doar teoretic, practic fiind mai mult un deziderat. Metoda axiomatice este cea care realizeaza acest inalt grad de rigoare, dar in invatamantul gimnazial profesorul trebuie sa se bazeze si pe **intuitie**, si in acelasi timp sa aiba grija ca informatia sa fie **accesibila** elevului. In general definitiile sunt riguroase (le tratam intr-un curs separat), dar nivelul rigorii demonstratiilor creste odata cu clasa. De **exemplu**, la clasele mici demonstratiile se bazeaza pe o inductie incompleta, din cateva situatii analizate se deduce regula generala. Pornind de la formula ariei unui triunghi se determina, pe baza unor "proprietati" ale functiei arie, formulele pentru ariile principalelor patrulatere convexe studiate. Dar nu se dau toate axiomele functiei arie si nici nu se da o constructie a functiei arie pe multimea suprafetelor poligonale.

Primele lectii de geometrie din clasa a cincea se refera la figurile si corpurile geometrice intalnite in jurul nostru. Ele sunt prezentate prin modele, apoi definite abstract. Dar in manuale apar si elemente de axiomatice, putine ce-i drept, sau "mascate". Se aleg cele mai simple axiome, cum ar fi cele de incidenta. Ele sunt necesare pentru a putea argumenta pozitiile relative ale dreptelor in plan, respectiv spatiu, apoi ale planelor si dreptelor fata de plan. Axiomele de congruenta sunt strecurate in materia claselor VI, VII. De exemplu, axioma existentei unui segment congruent cu un segment dat este inlocuita cu o metoda de constructie a unui segment congruent cu un segment dat. Acum cativa ani, geometria se preda in clasa a noua pe baza sistemului axiomatice al lui Birkhoff. Dar si in acest caz, acesta se bazeaza pe multimea numerelor reale, care nu se poate construi algebric la acel nivel. In clasa a zecea era introdus, intr-o forma simplificata, sistemul axiomatice al lui Hilbert.

Astfel, se recomanda introducerea unor notiuni, relatii primare si axiome, cat si expunerea unor demonstratii riguroase, dar in unele cazuri, cand aceasta rigoare ar presupune argumente dificile pentru varsta elevului, se pot prezenta unele afirmatii fara demonstratie, explicandu-le doar pe cale intuitiva. E obligatoriu sa se revina cu demonstratii exacte la o varsta mai inaintata.

Acum programa scolara la geometrie s-a modificat mult, in liceu insistandu-se pe calculul vectorial si geometria analitica.

Limbajul matematic Caracterul stiintific se manifesta si prin utilizarea unui limbaj adecvat. In cursul enuntarii unor definitii sau propozitii matematice, cat si pe parcursul demonstratiilor, profesorul trebuie sa utilizeze un limbaj abstract, formalizat. Aceleasi pretentii trebuiesc avute si din partea elevilor, profesorii corectandu-i la nesfarsit.

De **exemplu** sa se faca distinctia intre segmente de lungimi egale si segmente congruente, intre masura unui unghi si unghi, suprafata si arie, ecuatie si polinom, etc. Un aspect la fel de important este folosirea limbajului formalizat (atentie la folosirea cuantificatorilor logici, etc).

In scris, pe tabla sau pe caiete, acuratetea trebuie sa fie maxima.

Sisteme precise de evaluare Principiul este argumentat si prin existenta unor sisteme de evaluare precisa, bazate pe un barem bine conturat, ce inlatura subiectivitatea.

In concluzie, predarea riguroasa a matematicii duce la dezvoltarea judecatii si a rationamentelor elevilor, la formarea unei gandiri logice. Antrenamentul intelectual, insusirea unor metode ce duc la dezvoltarea spiritului de investigatie, de cercetare, fac din matematica nu doar un instrument menit educarii rigorii dar si dezvoltarii creativitatii.

2 Principiul sistematizarii si continuitatii

“Toate lucrurile erau amestecate la un loc: pe urma a venit ratiunea si le-a pus in randuiala.” (Anaxagorax)

Acest principiu deriva automat din cel anterior, stiinta presupunand ordonarea si sistematizarea cunostintelor. In invatamant se transmit segmente definitive ale stiintelor, care au o structura finisata, sistematizata.

Principiul poate fi formulat pe scurt in expunerea ordonata, planificata a materiei, in functie de:

- logica interna a matematicii
- structura organizatorica a invatamantului
- corelarea cu celelalte obiecte de studiu
- structura si evolutia psihologica a elevilor

Logica interna a matematicii este determinata de caracterul sau deductiv. Orice afirmatie noua se bazeaza pe cele acceptate sau pe cele deja demonstrate. Astfel apare segmentul:

notiuni → definitii → propozitii matematice (axiome, teoreme) → demonstratii

Putem vorbi si de segmentul

teorie → probleme

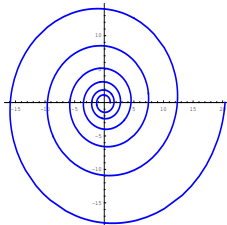
fiind indicata accentuarea ponderii problemelor ce apar de obicei dupa teorie.

Interesanta este existenta lantului

probleme introductive → teorie → aplicatii

deoarece, in multe cazuri, se prezinta mai intai unele probleme ce provoaca aparitia teoriei. O astfel de abordare respecta principiul intuitiei, al motivatiei optime dar este si corelata cu adevarul istoric de dezvoltare al matematicii.

Organizarea invatamantului gimnazial este concentrica, sau mai sugestiv spus in **spirala**.



Incepand cu clasa a XI-a, cand elevii au atins un anumit nivel de maturizare cognitiva, apare si invatamantul **liniar**. Este vorba despre predarea structurilor algebrice, de geometria analitica si de analiza matematica. Pana atunci insa, algebra si geometria se predau in spirala, revenind la notiunile deja introduse, completandu-le proprietatile, schimband modul de demonstrare a lor, sporind rigoarea argumentelor, evoluand, pe scurt, spre acel deziderat de rigoare si abstractizare. O astfel de structura este utila deoarece nu toti elevii au o dezvoltare cognitiva uniforma, incat, un elev care in clasa a VI-a nu a asimilat usor notiunea de numar rational, o va intelege mai bine peste un an.

Din pacate, in ceea ce priveste predarea geometriei, s-a produs o ruptura de la gimnaziu la liceu in modul concentric de predare. In clasa a noua se reia intr-adevar geometria plana predata in clasele VI-VII, dar folosind metoda vectoriala. Deoarece metoda factorizarii nu este transmisa suficient elevilor din gimnaziu, notiunea de vector este greu asimilata de catre elevi. (Astfel de definitii prin factorizare ar putea fi prezentate intuitiv, deoarece ele apar efectiv pe aceasta cale: numarul natural, directia, clasele de resturi: chiar daca nu sunt predate, elevii stiu ca exista mai multe numere care dau acelasi rest la impartirea cu un numar dat, etc). Ei invata de fapt un algoritm de calcul cu vectori, neatingand, pe scara taxonomiei lui Bloom, nivele inalte. Parerea mea personala, urmarind cunostintele studentilor din anul I ai facultatii de matematica, e ca majoritatea dintre ei de abea ajung la nivelul aplicatiei.

In clasa a X-a situatia este mult mai tragica, geometria in spatiu nu se mai reia deloc. In schimb unele rezultate ale geometriei plane sunt reobtinute ca si consecinte ale proprietatilor produsului scalar. De asemenea sunt introduse ecuatiile dreptelor in plan, pe cale analitica.

Notiunea de vector liber este una caracteristica spatiului. A o reduce la plan si a renunta la atat de utilul produs vectorial este artificiala. Ori predai in intregime toate proprietatile vectorilor liberi, ori nu o faci deloc. Fiinta umana are o perceptie trei dimensionala. Nu e usor sa realizezi desene ale figurilor spatiale in plan, acestei deprinderi i se acorda multa atentie in clasa a VIII-a, dar oamenii isi imagineaza figurile spatiale in 3 dimensiuni, nu plane. De aceea excluderea geometriei in spatiu din liceu mi se pare o mare eroare. Predarea analitica a dreptelor era bine corelata cu rezolvarea sistemelor de ecuatii liniare in clasa a XI-a. Din pacate, dorinta de a schimba si poate a adapta invatamantul la nevoile sociale actuale ale elevilor, poate duce si la greseli, speram noi temporare.

Corelarea cu celelalte obiecte de studiu nu este intotdeauna usoara. Fizica mai ales necesita, pentru introducerea unor notiuni precum viteza, acceleratie, etc de unele segmente ale matematicii care nu pot fi predate in paralel, datorita dificultatii lor. Cum ar fi sa predam la gimnaziu notiunea de derivata a unei functii?!

In alte cazuri insa, materia la obiectul matematica ar putea fi mai bine organizata. De exemplu, introducerea notiunii de coordonate pentru un punct in plan/spatiu ar ajuta intelegerea lungitudinii si latitudinii.

Structura si evolutia psihologica a elevului Pe de o parte, este evident ca notiunile predate trebuie sa concorde cu capacitatea de intelegere a elevului. Apoi, in primii ani de scoala, se urmareste formarea unei structuri cognitive operationale si a unei baze acceptabile de modelare intuitiva. Din acest motiv in primele clase predomina predarea aritmeticii, algebrei si geometriei.

Din pacate, si aritmetica pare a se volatiliza din invatamantul nostru! Si cand ne gandim ca numarul si forma sunt primele abstractiuni ale omului ! Chiar in clasele primare metodele intuitive de predare a aritmeticii aproape dispar. De exemplu, metoda grafica este rapid inlocuita de cea algebrica.

Pe de alta parte trebuie tinut cont de modificarile ce apar in timp in psihologia elevului. Elevul mic invata ce i se da, fara a-si pune macar problema ca are dreptul de a alege. Cei aflati la varsta intrebarilor incep sa se gandeasca la rostul invatarii. Abstractiunile matematice nu ii pot atrage. Amintim astfel de nereusita incercarii de a preda geometria pe baza sistemului axiomatic al lui Hilbert. La capatul opus se afla predarea probabilitatilor. Daca se introduc doar cateva elemente de calcul probabilistic, pe o baza ludica, succesul este garantat chiar la elevi de gimnaziu.

Forme de materializare a principiului sistematizarii sunt planificarea calendaristica, organizarea planurilor de lectii sau a unitatilor de predare.

3 Principiul invatarii constiente si active

Matematica, prin caracterul abstract si complex al conceptelor ei, necesita o invatare activa si constienta. Elevul stapaneste o notiune daca reuseste sa parcurga toate etapele invatarii prezentate in cursul II, de la abilitatile de nivel scazut, pana la o cunoastere pe deplin functionala. Dar taxonomia lui Bloom nu este singura scara a treptelor de **cunoastere**. Una dintre ele este si cea considerata de matematicianul G. Polya. Acesta vorbea de cunoastere

- *mecanica*
- *inductiva*
- *rationala*
- *integrativa*

Pentru a explica acesti termeni vom considera un nou **exemplu**: intelegerea notiunii de numar intreg.

Cunoasterea *mecanica* e reprezentata de invatarea si folosirea regulilor de calcul cu numere intregi, iar cea *inductiva* de convingerea ca regulile invatate nu duc la contradictii, ca ele functioneaza intotdeauna fara gres. Treapta *rationala* este atinsa cand regulile sunt demonstrate intr-o constructie riguroasa a numerelor intregi. Treapta *integrativa* presupune asocierea constructiilor si a demonstratiilor folosite cu altele similare, de exemplu in introducerea numerelor rationale. Mai mult, este vorba de intelegerea mecanismului de scufundare a unei structuri algebrice mai slabe intr-una mai tare. Aceste patru nivele de cunoastere se realizeaza intr-un lung interval de timp.

Opusa invatarii constiente este **invatarea formală**, la suprafata, “pe de rost”. Cum poate fi recunoscuta *invatarea formală*? De exemplu, elevul enunta o definitie dar nu poate indica nici un obiect matematic ce corespunde definitiei. Sau enunta o teorema dar nu recunoaste o situatie evidenta in care teorema se aplica. Un alt semn este dependentia elevului de notatii. Ori omisiunea unor cuvinte din definitie, ori a unor conditii din teoreme care, neintelese, par a fi in plus. Cauzele acestor manifestari se gasesc in gradul insuficient de accesibilitate a cunostintelor, posibilitatile intelectuale mai reduse ale unor elevi dar mai ales in *calitatea predarii si verificarii cunostintelor*.

Cum putem obtine o invatare constienta?

Probabil cea mai importanta etapa a constientizarii consta in **intelegerea materiei** predate intr-un fragment de lectie (apoi in intreaga lectie). Profesorul trebuie sa gaseasca ce anume nu intelege un elev dintr-o lectie si apoi sa determine cauzele neintelegerii. Raspunsurile pot fi multiple: necunoasterea semnificatiei unor termeni, numarul prea mare de pasi facuti pentru a demonstra un rezultat, metoda aleasa are un grad prea mare de dificultate (de exemplu metoda reducerii la absurd ce presupune intelegerea unor notiuni de logica), formalismul limbajului matematic, ritmul prea rapid al expunerii unor parti din lectie.

Solutia gasita de numerosi psihologi care au studiat fenomenul invatarii constiente este **coparticiparea elevului la propria instruire**, deci transformarea dintr-un receptor pasiv intr-unul activ. Ideal ar fi, asa cum spunea Piaget (1945), ca elevul sa reinventeze teoria care trebuie sa i se predea. Doar asa se ajunge la o deplina constientizare. Cam utopic, nu-i asa? Dar o refacere a acestei teorii, in pasi alesi de catre profesor, nu este imposibila! Sa nu uitam de credinta scolii umaniste de psihologie despre importanta implicarii elevului in propria sa instruire.

In mare, la baza aplicarii acestui principiu stau:

1. *stimularea activitatii elevului in toate etapele invatarii:*
 - (a) importanta invatarii prin actiune practica (**exemplu**: formarea notiunii de numar porneste de la realizarea fizica a corespondentelor biunivoce intre elementele unor multimi finite, elementele de combinatorica se pot introduce prin actiuni efective de grupari de elemente ale unei multimi, etc);
 - (b) utilizarea unor strategii didactice adecvate: problematizarea si invatarea prin descoperire, imbinarea explicatiei cu conversatia euristica, exemplificarile, folosirea materialului intuitiv, alegerea problemelor cu grija, atat pe cele rezolvate in clasa cat si tema pentru acasa (vom detalia aceste metode ulterior);
 - (c) atentia acordata componentei afective: profesorul trebuie sa para (si ideal ar fi sa si fie) entuziasmat pe parcursul demonstrarii unor rezultate, sa para ca ideile ii vin in acea clipa si sa explice modul in care a rationat.
2. *intelegerea continutului materiei:* o metoda generala este de a desface materialul ce trebuie predat in itemi usor de invatat succesiv, dar prezentandu-se semnificatia logica a fiecaruia. Apoi apare necesara reconexarea logica a secventelor. Avem deci de a face cu imbinarea dintre analiza si sinteza. O predare "in cascada" il va face pe elev sa renunte la un moment dat la urmarirea activa si constienta a materialului. In timpul parcurgerii acestor pasi profesorul trebuie sa:
 - (a) precizeze semnificatia termenilor folositi;
 - (b) justifice necesitatea tuturor ipotezelor, variindu-le pentru a preciza aria lor de valabilitate;
 - (c) atraga elevii la elaborarea activa a definitiilor, formularea teoremelor, gasirea unor exemple si contraexemple bine alese;
 - (d) motiveze constructiile ajutatoare si artificiile in calcule;
 - (e) repete variat unele rezultate cheie ce trebuiesc retinute;
 - (f) faca pe tabla o shema a pasilor demonstratiei (sau schema ce cuprinde principalele notiuni si teoreme ale lectiei);
 - (g) utilizeze judicios tabla;
 - (h) stimuleze elevul prin ritmul intonatiei;
3. *constientizarea invatarii matematicii in ansamblul ei:* elevul ar trebui sa inteleaga clar, concret, la ce-l ajuta invatarea matematicii. De obicei, aplicarea ei in viitoarea meserie este un scop cam vag si indepartat. De data aceasta vedem legatura cu scoala behaviorista. Un punct

forte insa il constituie atractia pentru problematica a copilului si adultului, atractie ce trebuie stimulata si cizelata. Ca metoda didactica se potriveste alegerea unor probleme formulate distractiv, sau incitant. De **exemplu**: pe peretii unei camere (paralelipiped dreptunghic, ale carui dimensiuni sunt cunoscute) se afla un gandac care nu zboara si o picatura de miere (in niste puncte care se precizeaza printr-o figura). Exista un drum gandac-miere mai scurt de "a" metri (o lungime precizata) ? Vom reveni la acest subiect cand vom vorbi mai pe larg despre motivatie.

In final, rezumam o parte din etapele pe care un profesor ar trebui sa le parcurga daca doreste sa respecte principiul constientizarii:

- sa reactualizeze cunostintele anterioare;
- sa marcheze ca acele cunostinte trebuie si pot fi completate intr-o anumita directie;
- sa introduca, pe cat se poate, noile cunostinte pornind de la aspecte intuitive sau chiar actiuni fizice;
- sa prezinte in pasi marunti noile cunostinte;
- sa verifice prin intrebari si exercitii nivelul de intelegere;
- sa stimuleze curiozitatea elevilor;
- sa fie el insusi entuziasmat si activ;
- sa fixeze noile achizitii in structuri bine organizate.

4 Principiul respectarii particularitatilor de varsta si individuale

Pentru a sintetiza dificultatile impuse de acest principiu afirmam ca in general clasele de elevi sunt **neomogene**.

Exista cateva reguli de bun simt, care rezolva problemele la nivel grosier: mai putin si mai usor pentru cei mici sau cei slab pregatiti, mai mult si mai greu pentru cei mari sau mai bine pregatiti. Pentru ca termenii "greu" si "usor" sunt relativi, ei sugereaza de fapt predarea actionand de la ce este familiar la ce este indepartat, de la cunoscut la necunoscut.

Probabil ca acesta este principiul cel mai greu aplicabil in practica, care trezeste cele mai multe frustrari profesorilor. Un motiv in plus pentru necesitatea informarii profesorilor asupra celor mai bune metode prin care se pot apropia de acest deziderat.

Acest principiu este si cel ce a dus la aparitia unor tipuri alternative de invatamant. La noi in tara cunoastem invatamantul Step by Step si scoala Waldorf. Va invit sa va informati asupra particularitatilor acestora. Consideram ca principiile pe care ele se bazeaza pot oferi sugestii utile invatamantului clasic.

Ati vazut ca, in evolutia sa istorica, invatamantul gimnazial a devenit obligatoriu. Deci toti copiii cu varstele intre 10 si 14 ani trebuie sa invete o anumita materie. Dar copiii de aceeaasi varsta (ca sa nu mai vorbim de faptul ca intr-o clasa exista copii de varste diferite) nu au aceeaasi capacitate cognitiva, nu invata in acelasi mod (aceeasi metoda didactica aplicata unor elevi diferiti are consecinte diferite in ceea ce priveste gradul de intelegere), nu au aceleasi conditii sociale.

In general, materia aleasa la orice obiect este adresata unui elev de nivel mediu. Dar ce inseamna elev de nivel mediu? Ce caracteristica a elevului, care influenteaza invatarea, este aici masurata?

Nu cred ca suntem in masura sa dam niste sfaturi care sa se aplice tuturor colectivelor de elevi. Dar vom prezenta idei care s-au dovedit viabile, in practica, pentru o anumita categorie de elevi. Ne vom referi la elevii fara dizabilitati mentale si fara probleme de sanatate care ar influenta modul lor de invatare. De asemenea sunt exclusi in aceasta

sectiune elevii supradotati. Consideram ca tratarea acestor cazuri este destinata unor cursuri separate. Dar e bine ca viitorii profesori sa fie constienti de posibilitatea de a avea in clasa un elev dintr-una din categoriile de mai sus. In aceasta situatie se recomanda realizarea unei echipe profesor-parinti-psiholog-medic-psihopedagog si luarea unor decizii impreuna, pentru realizarea unei programe adaptate acestora.

Tot din motivele precizate mai sus a aparut curriculum-ul la decizia scolii: pe langa trunchiul comun al unei discipline apare curriculum-ul extins, aprofundat, optionalele.

Performantele elevilor cresc exponential in raport cu timpul. Cand vorbim de performante ne referim la cantitatea de cunostinte pe care o pot asimila, cat si la gradul de dificultate al acestora. Unui elev din clasa I ii trebuie 10 luni pentru cunoasterea literelor alfabetului si dobandirea abilitatii de a citi un text in mod rudimentar. Dar, ritmul de citire fata de momentul inceperii descifrarii primelor cuvinte, este, la finalul clasei, de 20 ori mai mare. Asa se intampla si cu invatarea matematicii. Volumul de cunostinte si dificultatea lor trebuie sa creasca exponential in timp. Trebuie insa avut grija in permanenta, indiferent de nivelul elevului, sa nu apara o sub- sau o suprasolicitare a acestuia. Daca i se va preda prea putin sau prea simplu se va plictisi si nu va mai fi atent, daca va fi pus sa invete prea mult sau prea greu, se va descuraja si va renunta.

Exista mai multe metode de adaptare a predarii-invataarii-evaluarii la neomogenitatea clasei.

1. La orele de aplicatii si de verificare, clasa se imparte pe grupe omogene, de obicei pe trei niveluri. Exerciitiile fie se dau diferentiat, ca numar si/sau grad de dificultate, fie se propune aceeasi tema dar fiecare grupa are de rezolvat doar o parte bine stabilita a acestei teme, cumulara rezultatelor ducand la solutia finala.
2. Se pot forma grupe neomogene, organizate in jurul unui elev lider. Acesta explica celorlalti ideile sale, iar cei mai putin priceputi ajuta la rezolvarea unor etape mai simple. Aceasta metoda are de multe ori succes, elevii intelegand cate o data mai bine explicatiile unui coleg. Cel ce explica se simte util si invata sa ajute, isi dezvoltata spiritul de toleranta, altruismul, iar cei cu dificultati de intelegere se simt acceptati asa cum sunt. Mai mult, reusind ca impreuna sa finalizeze o problema mai complexa, au si ei parte de satisfactie, pe cand singuri, sau cu colegi de aceeasi putere, nu ar fi avut succes.
3. Munca individuala de acasa, depusa pentru rezolvarea temelor, trebuie sa concorde cu puterea fiecaruia. Se recomanda deci gandirea unor teme diferite. Efortul depus va fi astfel aproximativ acelasi pentru toti.
4. Evaluarea trebuie sa tina cont de acest efort depus. Nu este vorba de a relativiza nota, ci de luarea in calcul a procentului pe care efortul depus il reprezinta din efortul pe care il depune in general un elev dat (o crestere de un punct la un elev de nota 4 reprezinta 25%, pe cand trecerea de la 8 la 9 nu inseamna decat o crestere cu 12.5%). Se recomanda astfel acordarea unui mic punctaj suplimentar insotit de motivarea acestuia.
5. Profesorul trebuie sa incerce sa ajute elevii sa treaca dintr-o grupa valorica intr-una superioara. Aici motivatia are rolul esential. Pe langa nota, se pot folosi si alte metode de recompensare sau mustrare.
6. E indicat ca profesorul sa organizeze efortul fiecarei grupe valorice, pentru a atinge un nivel optim. Nu e vorba doar de cei mai slabi pregatiti, ci si de cei mai buni. Trebuie avut grija ca acestia sa nu neglijeze alte domenii de studiu utile atat pentru cultura lor generala, cat si pentru afirmarea profesionala viitoare. Sau sa nu obtina satisfactii prea mari intr-un timp scurt, incat sa nu mai fie motivati in viitor.
7. Se recomanda varierea metodelor didactice folosite in predare-evaluare, astfel incat fiecare elev sa aiba sansa de a beneficia de metode care i se potrivesc.

In cursul dedicat rolului motivarii cat si in cel despre evaluare vom reveni asupra unor astfel de aspecte.

Pentru a face cat mai putine erori pedagogice, va sfatuim sa cititi carti de psihologie care trateaza divercitele tipuri de invatare ale oamenilor.

Va recomandam cartea [Pe], pag. 139: stiluri de invatare si reprezentari multiple.

5 *Principiul intuitiei*

In predarea matematicii este bine ca elevii sa-si formeze notiunile fundamentale prin abstragerea lor din realitatea fizica. In clasele I-VI intuitia trebuie sa predomine, elevilor trebuie sa li se prezinte materiale intuitive clare. Ulterior, se vor prezenta si modele intuitive care sa conduca la greseli, astfel li se poate explica elevilor necesitatea rationamentului. Treptat numarul modelelor concrete va scadea, crescand cel al modelelor abstracte. Dar consideram ca inlaturarea totala a intuitiei este o grava eroare.

Principiul invatarii intuitive este justificat de:

- caracterul concret si contextual al gandirii elevului;
- plusul de relevanta ce apare intr-un model sensibil;
- legatura intre cunoastere si obiectul ei se realizeaza nu la nivelul abstractiei maxime ci intr-un model convenabil (ca grad de accesibilitate);
- nevoia de surprindere a esentelor ascunse de multivalenta abstracta.

Cuvantul intuitiv, in vorbirea curenta, are sensul de neabstract, neriguros, vizual, plauzibil, incomplet. Un alt sens este cel de integrativ, opus analiticului. Acestuia i se asociaza termenul de cunoastere intuitiva, dobandita prin contactul cu realitatea obiectiva, prin intermediul simturilor, prin operare cu model fizic sau cu imagini.

Vom enumera in continuare cateva **exemple**, specifice predarii matematicii in clasele primare.

Astfel, pentru predarea doimii, patrimii, etc, in clasele primare se poate taia un mar in doua parti egale, apoi fiecare parte se taie din nou in doua parti egale. Se observa astfel si ca patrimia este o doime din doime. Marul este in acest caz un model concret pentru o notiune abstracta.

Exista si sisteme abstracte ce modeleaza notiuni abstracte. De exemplu dreapta reala este un model abstract pentru multimea numerelor reale (incepand cu clasa a V-a). Notiunea de functie este un sistem abstract modelat prin graficul functiei. Deci are un model tot abstract, dar si acesta poate fi modelat la randul sau concret, printr-un desen.

Deci, in matematica, notiunile abstracte sunt modelate fie abstract, fie concret.

Exemple de modele concrete: desene, plase, placi subtiri de forma unor poligoane, machete de corpuri geometrice, desene prezentate cu ajutorul retroproiectorului.

Mentionam ca natura intuitiei elevilor poate fi si ea diferita. Unii elevi au o intuitie geometrica, figurativa, altii au o intuitie algebrica, operationala.

Mai dam un **exemplu** amuzant: cel al introducerii intuitive al grupului lui Klein.

Consideram un clown care reactioneaza la comenzile: brate! (ridica bratele daca le are de-a lungul corpului sau le strange in caz contrar); picioare! (le departeaza daca erau apropiate si invers); nimic! (evident nu face nici o miscare); tot! (executa simultan cele doua comenzi de mai sus). Completand tabela comenzilor succesive se obtine o structura algebrica de grup, grup izomorf cu grupul lui Klein.

	N	B	P	T
N	N	B	P	T
B	B	N	T	P
P	P	T	N	B
T	T	P	B	N

Aspectul intuitiv nu trebuie sa fie doar un moment initial al predarii, ci un insotitor permanent al actului de cunoastere, mai ales in pasajele sale critice. Intuitia trebuie sa participe la toate etapele si varstele invatarii matematice.

Este ideala in descrierea premergatoare introducerii unor notiuni. O dovada a folosirii ei este alegerea unora dintre propozitiile matematice adevarate ca fiind teoreme, avand deci o importanta sporita. Matematicianul intuieste utilitatea ulterioara a unui rezultat si subliniaza acest lucru numindu-l teorema.

Credem ca rolul esential al intuitiei apare in procesul demonstrarii unei probleme. O problema mai complexa poate fi impartita in probleme mai simple, pasul intermediar de demonstratie fiind cel mai adesea intuit. La fel, in procesul de cercetare, un matematician intuieste spre ce rezultat il pot conduce un sumum de date. Apoi incearca sa demonstreze acel rezultat in mod riguros.

In concluzie, raportul cunoastere intuitiva-cunoastere logica evolueaza in favoarea celei logice pe masura ce elevii cresc. Dar aceasta evolutie trebuie sa se produca pe nesimtite, fara a denatura in mintea elevului raportul intuitie-rigoare logica in sensul fie de a dispretui intuitia, fie de a se speria si a se descuraja de imperativele rigorii. Mai degraba consideram ca o imbinare inteligenta intre intuitie si rigoare duce la supremul deziderat: creativitatea.

In cursul urmator vom detalia urmatoarele principii:

- *Principiul invatarii temeinice*
- *Principiul conexiunii inverse*
- *Principiul motivatiei optime*
- *Principiul problematizarii*
- *Principiul legarii teoriei de practica*

References

- [An] M. Anastasiei, Metodica predarii matematice, Ed. Univ. AL. I. Cuza, Iasi, 1985.
- [Ba] H. Banea, Metodica predarii matematice, Ed. Paralela 45, Pitesti, 1998.
- [Rus] I. Rus, D. Varna, Metodica predarii matematice, E. D. P., Bucuresti, 1983.
- [Br] D. Branzei, Metodica predarii matematice, Ed. Paralela 45, Pitesti, 2007.
- [Pe] Geoff Petty, Profesorul azi, Metode moderne de predare, Ed. Atelier Didactic, Bucuresti, 2007.