

Seminar 3-4: sisteme de ecuatii liniare

Rezolvati urmatoarele sisteme de ecuatii liniare.

$$1. \begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 - x_4 & = 1, \\ 2x_1 - x_2 - 3x_4 & = 2, \\ 3x_1 - x_3 + x_4 & = -3, \\ 2x_1 + 2x_2 - 2x_3 + 5x_4 & = -6. \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} x_1 - 2x_2 + x_3 + x_4 & = 1, \\ x_1 - 2x_2 + x_3 - x_4 & = -1, \\ x_1 - 2x_2 + x_3 + 5x_4 & = 6. \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 - x_4 + x_5 & = 1, \\ x_1 - x_2 + x_3 + x_4 - 2x_5 & = 0, \\ 3x_1 + 3x_2 - 3x_3 - 3x_4 + 4x_5 & = 2. \end{cases}$$

$$4. \begin{cases} x_1 + 2x_2 & = 1, \\ 6x_1 - 8x_2 & = 1, \\ 5x_1 + 2x_2 & = 3. \end{cases}$$

$$5. \begin{cases} x_1 + \alpha x_2 + 2x_3 & = 1, \\ 2x_1 + 2x_2 + x_3 & = -1, \text{ unde } \alpha, \beta \text{ sunt doi parametri reali.} \\ x_1 + x_2 - x_3 & = \beta, \end{cases}$$

$$6. \begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 & = 0, \\ 2x_1 + x_2 - x_3 & = 0, \\ x_1 + x_2 + x_3 & = 0. \end{cases}$$

$$7. \begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 & = 0, \\ 2x_1 + x_2 - x_3 & = 0, \\ 4x_1 & = 0. \end{cases}$$

$$8. \text{ Determinati } a \in \mathbb{R} \text{ astfel incat sistemul } \begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 & = 0, \\ 2x_1 + x_2 - x_3 & = 0, \\ x_1 + ax_2 + x_3 & = 0, \end{cases} \text{ sa admita doar solutia banala.}$$

9. Fie $a, b, c, d \in \mathbb{R}$, a, b, c distincte doua cate doua. Demonstrati ca sistemul urmatore admite solutie unica si aceasta are doua componente pozitive si una negativa:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 & = 1, \\ ax_1 + bx_2 + cx_3 & = d, \\ a^2x_1 + b^2x_2 + c^2x_3 & = d^2. \end{cases}$$

10. Rezolvati in \mathbb{Z}_5 :

$$\begin{cases} \hat{2}x_1 + x_2 + x_3 & = \hat{1}, \\ \hat{3}x_1 + \hat{2}x_2 + \hat{2}x_3 & = \hat{0}, \\ x_1 + \hat{4}x_2 + \hat{2}x_3 & = \hat{2}. \end{cases}$$

11. Fie sistemul
$$\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + 4x_3 - 5x_4 & = -1, \\ x_1 + 9x_2 + ax_3 + x_4 & = 3, \\ 5x_1 - 6x_2 + 10x_3 + bx_4 & = c. \end{cases}$$
 Determinati numerele reale a, b, c astfel incat minorul principal sa fie de ordinul doi si sistemul sa fie compatibil.

12. Fie m un parametru real. Rezolvati sistemul
$$\begin{cases} x_1 + mx_2 + 4x_3 & = 1, \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 & = -4, \\ mx_1 - 5x_2 - x_3 & = -5. \end{cases}$$

13. Fie $m, n \in \mathbb{R}$. Rezolvati sistemul urmatoare, discutand compatibilitatea sa in functie de acesti parametri:
- $$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 & = n, \\ x_1 + mx_2 + x_3 & = 1, \\ nx_1 + x_2 + x_3 & = 1. \end{cases}$$