

Contract PN-II-RU-TE-2011-3-0108,

Nr. 51/05.10.2011

Aplicatii biarmonice si subvarietati in diferite contexte geometrice

Director proiect: Prof. Dr. Cezar Oniciuc

Raport Științific (pentru perioada 2011 – 2013)

I. Abordarea obiectivelor proiectului. Articole publicate sau acceptate

O1. Primul obiectiv propus in cadrul proiectului este *Studiul subvarietatilor biarmonice in forme spatiale sasakiene 7-dimensionale si in spatiul proiectiv complex CP^3* . Obiectivul a fost realizat in totalitate, rezultatele cercetarii fiind prezentate in lucrarea ***Biharmonic integral C-parallel submanifolds in 7-dimensional Sasakian space forms***, autori Cezar Oniciuc si Dorel Fetcu. Lucrarea a fost publicata in *Tohoku Mathematical Journal*, 64 (2), 195–222, 2012.

Aceasta lucrare continua studiul subvarietatilor integrale in forme spatiale sasakiene. Acest studiu a fost inceput de T. Sasahara, care a determinat toate suprafetele integrale biarmonice in sfera unitate 5-dimensională inzeestrata cu structura uzuala de forma spatiala saskiana.

In lucrarea raportata, autorii au determinat ecuatiile (una pentru partea tangenta si una pentru partea normala) ce caracterizeaza subvarietatile integrale biarmonice si subvarietatile integrale C-paralele biarmonice de dimensiune maxima intr-o forma spatiala saskiana de dimensiune oarecare. Folosind aceste ecuatii, au fost clasificate toate subvarietatile integrale C-paralele biarmonice 3-dimensionale intr-o forma spatiala saskiana de dimensiune 7. In continuare, considerand sfera unitate S^7 inzeestrata cu structura uzuala de forma spatiala saskiana de curbura olomorfa 1 si apoi cu structura modificata, definita de Tanno, de forma spatiala saskiana, s-au gasit ecuatiile parametrice ale subvarietatilor C-paralele biarmonice. In ultima sectiune a lucrarii, folosind fibrarea Hopf de la S^7 la spatial proiectiv complex CP^3 , autorii au determinat toate subvarietatile lagrangiene paralele biarmonice in CP^3 .

O2. Al doilea obiectiv al proiectului, intitulat *Studiul subvarietatilor biarmonice cu proprietati geometrice aditionale in sfere*, a fost realizat in totalitate prin lucrarile:

1. Biharmonic PNMC submanifolds in spheres, autori Adina Balmus, Stefano Montaldo, Cezar Oniciuc, acceptata spre publicare in *Arkiv für Matematik* (2012).

In acest articol s-au obtinut unele rezultate de rigiditate pentru subvarietati biarmonice PNMC in S^n . Subvarietatile PNMC (subvarietati care au campul vectorial curbura medie normalizat paralel in fibratul normal) constituie o generalizare a subvarietatilor PMC (subvarietati care au campul vectorial curbura medie paralel in fibratul normal), iar un

rezultat de rigiditate precizeaza conditii suficiente in care o subvarietate PNMC este PMC.

In lucrarea mentionata, s-a obtinut caracterizarea biarmonicitatii subvarietatilor PNMC in S^n in termenii functiei curbura medie si a operatorului Weingarten asociat campului vectorial curbura medie normalizat.

Pentru cazul compact s-au obtinut rezultate de rigiditate impunand unele restrictii asupra normei operatorului Weingarten asociat campului vectorial curbura medie normalizat sau asupra functiei curbura medie.

In cazul necompact, in ipoteza de completitudine, impunand restrictii asupra curburii Ricci si folosind principiul Omori-Yau, s-au obtinut rezultate similare.

S-au clasificat apoi subvarietatile PNMC biarmonice cu cel mult doua curburi principale in directia campului vectorial curbura medie in sfere. In particular, au fost complet determinate suprafetele PNMC biarmonice in S^n .

A fost apoi investigat tipul, in sensul lui B.-Y. Chen, pentru subvarietati biarmonice proprii, nu neaparat compacte, in S^n . S-a demonstrat ca:

- (i) o subvarietate biarmonica proprie in S^n este de tip 1 sau 2 daca si numai daca are curbura medie constanta $f = 1$ sau $f \in (0, 1)$, respectiv.
- (ii) nu exista subvarietati PNMC biarmonice proprii de tip 3 in S^n .

2. Surfaces in three-dimensional space forms with divergence-free stress-bienergy tensor, autori Renzo Cadeo, Stefano Montaldo, Cezar Oniciuc, Paola Piu, acceptata spre publicare in *Annali di Matematica Pura ed Applicata* in 2012.

In aceasta lucrare, autorii au introdus notiunea de subvarietate biconservativa. O subvarietate se numeste biconservativa daca partea tangenta a campului de bitensiune se anuleaza. In mod echivalent, o subvarietate este biconservativa daca si numai daca divergenta campului de tensiune bienergie asociat este zero. Campul de tensiune bienergie provine dintr-un principiu variational. Notiunea de subvarietate biconservativa este mai putin restrictiva decat cea de subvarietate biarmonica, fapt ce a permis obtinerea a numeroase exemple. In acest articol s-au gasit in mod explicit toate suprafetele biconservative in spatiul euclidian 3-dimensional in sfera euclidian 3-dimensional si in spatiul hiperbolic 3-dimensional. Una dintre proprietatile interesante ale suprafetelor biconservative in R^3 sau S^3 este faptul ca aceste suprafete sunt suprafete de rotatie de un anumit tip.

03. Al treilea obiectiv al proiectului, intitulat *Studiul subvarietatilor care au campul vectorial curbura medie parallel in fibratul normal*, a fost realizat prin lucrarile:

1. Biharmonic Submanifolds with Parallel Mean Curvature in $S^n \times R$, autori Cezar Oniciuc, Dorel Fetcu si Harold Rosenberg, publicata in *Journal of Geometric Analysis*, 23 (4), 2158–2176, 2013.

Intr-o lucrare recenta, Y.-L. Ou si Z.-P. Wang au studiat suprafetele de curbura medie constanta (suprafete CMC) biarmonice in spatii 3-dimensionale inzestrate cu geometrii Thurston. In particular, au studiat suprafetele CMC biarmonice in $S^2 \times R$. In general, suprafetele CMC in spatii produs de tip $M^2(c) \times R$, unde $M^2(c)$ este o suprafata simplu conexas de curbura sectionala constant c , sau mai general, suprafetele avand campul vectorial curbura medie paralel (suprafete PMC) in $M^n(c) \times R$ au fost intens studiate (de

exemplu, de Uwe Abresch, Hilario Alencar, Manfredo do Carmo, Harold Rosenberg, Renato Tribuzy, Francisco Urbano etc.).

În lucrarea raportată, calculând laplaceanul operatorului forma în direcția câmpului curbura medie, autorii au obținut o formulă de tip Simons pentru subvarietățile PMC în $M^n \times R$. Apoi, folosind această formulă și un rezultat cunoscut al lui Yau, au demonstrat un rezultat de tip “gap” pentru curbura medie a unei subvarietăți PMC biarmonice în $S^n \times R$, adică curbura medie este sau 1, sau ia valori într-un interval $(0, a]$, unde a este o constantă strict mai mică decât 1. În a doua parte a lucrării, folosind rezultate cunoscute de reducere, s-au clasificat toate suprafețele PMC biarmonice în $S^n \times R$.

Lucrarea a fost prezentată în cadrul seminarului de *Geometrie și Analiză* de la Departamentul de Matematică, Universitatea din Cagliari, Italia, de către directorul de proiect.

2. On complete submanifolds with parallel mean curvature in product spaces, autori Dorel Fetcu și Harold Rosenberg, acceptată spre publicare în *Revista Matematica Iberoamericana* în 2012.

În acest articol, s-a studiat situația generală a subvarietăților (nu doar a suprafețelor, și fără ipoteza de biarmonicitate) având câmpul vectorial curbura medie paralel în fibratul normal (subvarietăți PMC) în spații produs de tip $M^n(c) \times R$. Mai întâi s-a găsit o formulă de tip Simons pentru aceste subvarietăți. Apoi autorii au folosit această formulă pentru a demonstra câteva rezultate privind reducerea codimensiunii pentru unele dintre aceste subvarietăți. Mai exact, s-a calculat mai întâi laplaceanul formei a doua fundamentale a unei subvarietăți PMC și apoi, folosind formula obținută, s-au găsit condiții necesare ca o subvarietate PMC m -dimensională într-un spațiu produs să fie de fapt o hipersuprafață de curbura medie constantă în $M^{m+1}(c)$. Aceste condiții necesare sunt exprimate în funcție de norma formei a doua fundamentale și unghiul dintre câmpul vectorial curbura medie și câmpul vectorial unitar tangent la R . S-au demonstrat de asemenea unele teoreme de tip “gap” în cazul subvarietăților minimale și, în general, având câmpul vectorial curbura medie paralel în fibratul normal, în spații produs.

Lucrarea a fost prezentată de Dorel Fetcu la seminarul *Sextas matematicas*, Departamentul de Matematică, Universitatea Federală din Rio de Janeiro, și în cadrul seminarului de *Geometrie Diferențială* de la Instituto Nacional de Matematica Pura e Aplicada (IMPA), Rio de Janeiro, Brazilia.

3. New results toward the classification of biharmonic submanifolds in S^n , autori Adina Balmus, Stefano Montaldo și Cezar Oniciuc, publicată în *Analele științifice ale Universității Ovidius Constanța - seria Matematică*, 20 (2) 89-113, 2012.

Lucrarea cuprinde rezultate mai vechi ale autorilor dar și unele noi, cum ar fi clasificarea subvarietăților paralele biarmonice în sfera unitate euclidiană sau unele rezultate de reducere a codimensiunii. În plus, lucrarea conține și demonstrațiile a două rezultate ale lui J.H. Chen referitoare la hipersuprafețele biarmonice în S^n . Demonstrațiile originale sunt într-un articol publicat în limba chineză. Demonstrațiile au fost traduse de către Juan Yang, iar autorii lucrării menționate le-au prezentat folosind însă un formalism global, invariant, și eliminând unii pași care nu mai erau necesari în această nouă abordare.

Lucrarea a fost prezentată la *The 10th International Workshop on Differential Geometry and its Applications*, August 26-30, 2011, Constanța.

4. Surfaces with parallel mean curvature vector in complex space form, autor Dorel Fetcu, publicata in *Journal of Differential Geometry*, 91 (2) 215-232, 2012.

În acest articol, au fost studiate suprafețele imersate în forme spațiale complexe având câmpul vectorial curbura medie paralel (suprafețe PMC). A fost introdusă o formă pătratică definită pe o astfel de suprafață și se arată că partea $(2,0)$ a acesteia este olomorfă. În cazul în care dimensiunea complexă a spațiului ambient este egală cu 2, o altă formă pătratică cu aceeași proprietate este folosită, împreună cu cea generală, pentru a determina toate 2-sferele PMC în astfel de spații. De asemenea, s-a demonstrat o teoremă de reducere a codimensiunii unei suprafețe PMC într-o formă spațială complexă de dimensiune arbitrară și un rezultat de inexistență a 2-sferelor PMC non-pseudo-umbilicale în forme spațiale complexe de dimensiune complexă mai mare decât 2.

5. Surfaces with parallel mean curvature in $S^3 \times \mathbb{R}$ and $H^3 \times \mathbb{R}$, Dorel Fetcu și Harold Rosenberg, publicata in *Michigan Mathematical Journal*, 61 (4), 715-729, 2012.

În lucrare s-a demonstrat o relație de tip Simons calculând Laplacianul formei a doua fundamentale a unei suprafețe PMC imersată într-un spațiu produs de tipul $S^3 \times \mathbb{R}$ sau $H^3 \times \mathbb{R}$. Aceasta relație a fost folosită ulterior pentru a studia geometria unora dintre aceste suprafețe pentru care norma formei a doua fundamentale verifică anumite inegalități.

O4 & O5. În conținutul obiectivelor **O4** și **O5**, intitulate *Studiul aplicațiilor biarmonice în grupuri Lie* și, respectiv, *Studiul analitic al unor anumite ecuații de tip biarmonic*, menționăm articolul în lucrul **On biharmonic maps from torus into spheres** și articolul **Nonholonomic dynamics of second order and the Heisenberg spinning particle**, autori Mircea Crasmăreanu și Iulian Stoleriu, publicat în *International Journal of Geometric Methods in Modern Physics*, 9 (7), 1-9, 2012. În acest articol, autorii studiază un sistem de ecuații diferențiale ce modelează dinamica nonolonomică de ordinul al doilea a particulei de tip Heisenberg.

O6. Obiectivul al șaselea al proiectului, denumit *Studiul imaginilor directe ale anumitor obiecte coomologice prin clase de morfisme pe varietăți*, a fost atins prin elaborarea lucrării **Generalized holomorphic analytic torsion**, autori J.I. Burgos Gil, G. Freixas, R. Litcanu, acceptat spre publicare *Journal of the European Mathematical Society*

Pentru a enunța și demonstra o versiune aritmetică a Teoremei Grothendieck-Riemann-Roch a fost necesară generalizarea noțiunii de torsiune analitică definită de Ray și Singer, astfel fiind definite clasele de torsiune analitică superioare. Gillet și Soule au observat că, odată ce o teorie coerentă a claselor de torsiune analitică superioare este definită, Teorema Grothendieck-Riemann-Roch aritmetică este o consecință naturală.

Teorema Grothendieck-Riemann-Roch furnizează o formulă care stabilește legătura dintre imaginile directe și clasele caracteristice ale fibratelor vectoriale pe varietăți complexe sau, mai general, pe varietăți algebrice. Dacă fibratele vectoriale sunt înzestrate cu metrice hermitiene, teoria Chern-Weil asociază claselor caracteristice un sistem de reprezentanți dat de forme diferențiale.

În general formula dată de Teorema Grothendieck-Riemann-Roch nu mai rămâne valabilă la nivelul acestor forme caracteristice. Aceasta problema a fost rezolvată prin

introducerea claselor singulare Bott-Chern, in cazul imersiilor inchise, si a claselor de torsiune analitica superioare, in cazul morfismelor netede.

In acest articol extindem clasele de torsiune analitica olomorfa definite de J.-M. Bismut si K. Köhler la cazul morfismelor proiective arbitrare intre varietati complexe netede. In acest scop, propunem o definitie axiomatice si clasificam posibilele teorii de torsiune analitica generalizata, care corespund acestei definitii. Astfel, demonstram ca orice asemenea teorie corespunde in mod biunivoc unei clase caracteristice aditive asociate fibratelor vectoriale.

Extinderea torsiunii analitice definite de Bismut si Köhler este obtinuta in cadrul teoriei generalizate corespunzatoare clasei caracteristice $-R/2$, R fiind R -genul clasic care apare in definitia calculatorie a torsiunii analitice.

Ca aplicatii ale caracterizarii axiomatice, obtinem demonstratii mai simple ale unor proprietati ale claselor de torsiune analitice, dam o caracterizare a R -genului si construim imagini directe pentru structuri hermitice generalizate prin morfisme proiective.

Abordarea axiomatice si aplicatiile obtinute sunt ingrediente esentiale pentru demonstrarea unei teoreme de tip Grothendieck-Riemann-Roch aritmetice, pentru morfisme proiective oarecare. Acest rezultat va fi publicat intr-un articol ulterior. In particular, este de asteptat sa obtinem rezultate relevante privind imaginile directe ale diverselor structuri inzestrate cu metrice hermitice prin imersii inchise cu proprietati particulare.

07. In vederea realizarii obiectivului *Editarea unei monografii asupra aplicatiilor biarmonice pe subvarietati*, mentionam elaborarea si sustinerea tezei de abilitare intitulata ***Subvarietati biarmonice in forme spatiale***, autor Cezar Oniciuc. Aceasta teza a fost prezentata la Institutul de Matematica "Simion Stoilow" al Academiei Romane din Bucuresti pe 25 Iulie 2012. Lucrarea contine toate rezultatele cunoscute obtinute de autor si colaboratorii sai in domeniul subvarietatilor biarmonice. Lucrarea va fi trimisa spre publicare, sub forma unei monografii.

II. Alte lucrari trimise spre publicare ori in lucru:

1. Biharmonic surfaces with parallel mean curvature in complex space forms, autori D. Fetcu si A.L. Pinheiro. (in cadrul obiectivului **03**)

Acest articol abordeaza tema biarmonicitatii suprafetelor imersate intr-o forma spatiala complexa având câmpul vectorial curbura medie paralel (suprafete pmc). Mai întâi, cu ajutorul unei diferențiale olomorfe definită pe o astfel de suprafață, introdusă de primul autor într-un articol din anul 2012, găsim unele proprietăți legate de posibilitatea ca suprafață pmc biarmonică să fie pseudo-ombilicală sau/și plată. Apoi, folosind aceste rezultate, obținem clasificarea completă a suprafețelor pmc complete propriu-biarmonice având curbura gaussiană nenegativă. Astfel, arătăm că astfel de suprafețe există doar în spațiul proiectiv complex, sunt total reale și sunt de trei tipuri distincte: suprafețe pseudo-umbilicale, sau suprafețe lagrangiene într-o spațiul proiectiv complex de dimensiune complexă 2, sau produsul direct a două elice complete în spațiul proiectiv complex de dimensiune complexă 3. În primele două cazuri, suprafețele sunt descrise cu ajutorul

lifturilor lor orizontale la sfere de dimensiune impară, via fibrarea Hopf, iar în al treilea, pentru cele două curbe sunt determinate curburile și torsiunile complexe și este arătat că rezultatele obținute asigură și existența acestora.

2. *Biharmonic surfaces of constant mean curvature*, autori E. Loubeau, C. Oniciuc (in cadrul obiectivului **O2**)

În această lucrare, s-a calculat o formula de tip Simons pentru câmpul tensiune bienergie asociat aplicațiilor biarmonice de la o suprafață într-o varietate riemanniană arbitrară. În cazul în care aplicațiile biarmonice sunt și imersii riemanniene, s-au obținut mai multe rezultate de rigiditate pentru suprafețele CMC, punând în evidență influența curburii gaussiene asupra pseudo-ombilicității. În partea a doua a lucrării s-a arătat că ipoteza de biarmonicitate permite extinderea teoremei clasice a lui Hopf asupra suprafețelor CMC în orice varietate riemanniană.

3. *On biharmonic maps from torus into spheres*, autori E. Loubeau, C. Oniciuc, I. Stoleriu (in cadrul obiectivului **O5**)

În această lucrare se studiază existența și proprietățile calitative ale soluțiilor periodice pentru un sistem de două ecuații diferențiale neliniare de ordinul al doilea ce apare în studiul aplicațiilor biarmonice. Sistemul studiat este autonom, cu două grade de libertate, reversibil în timp și admite o integrală primă. Deoarece valorile proprii ale sistemului linearizat sunt pur imaginare și non-semi-simple, metoda clasică Liapunov a varietății centrale nu poate fi utilizată în acest caz. Folosind tehnica de reducere Liapunov-Schmidt, s-a dovedit că, într-o vecinătate mică a punctului de echilibru de interes, sistemul admite soluții periodice. Pentru valori initiale potrivite, aceste soluții pot fi approximate (metoda Lindstedt-Poincaré) până la ordinul dorit. Următorul pas este de a cerceta dacă soluțiile periodice observate sunt diferite de soluțiile armonice. Acest lucru poate fi observat din studiul diagramei de bifurcație, obținute prin introducerea artificială în sistemul inițial a doi parametri reali. Soluțiile periodice diferite de cele armonice vor corespunde unor aplicații biarmonice de la R^2 la S^2 .

III. Descrierea mobilităților cu finanțare din proiect

- În Mai 2012 Profesorul Eric Loubeau, Université de Bretagne Occidentale, Brest, France, a făcut o vizită de cercetare ca profesor invitat la Universitatea Al. I. Cuza din Iași. Cu această ocazie, a ținut un ciclu de conferințe în cadrul Workshop-ului "Riemannian Geometry and Harmonic Maps".
- În perioada 2 Decembrie 2012 – 8 Decembrie 2012, Profesorul Stefano Montaldo, Università degli Studi di Cagliari, Italia, a făcut o vizită de cercetare ca profesor invitat la Universitatea Al. I. Cuza din Iași. Cu această ocazie, a prezentat conferința "An introduction to Wilmore surfaces".

- In 4 Noiembrie - 15 Noiembrie, Cezar Oniciuc a facut o vizita de cercetare ca profesor invitat la Université de Bretagne Occidentale, Brest, France, unde a continuat colaborarea stiintifica cu Profesorul Eric Loubeau, pe teme legate de studiul aplicatiilor biarmonice de la R^2 la S^2 .
- In Ianuarie-Februarie 2012, Cezar Oniciuc a facut o vizita de cercetare ca profesor invitat la Universitatea din Cagliari, Italia, unde a studiat hipersuprafetele biconservative, adica hipersuprafetele cu tensor stres-energie in raport cu bienergia conservativ. A obtinut o clasificare locala a suprafetelor biconservative in forme spatiale tridimensionale. Cu aceasta ocazie, a sustinut cursuri de *Geometrie Riemanniana* in cadrul scolii doctorale ale Departamentului de Matematica si a sustinut conferinta "Biharmonic submanifolds".
- In perioada 8-13 Iunie 2012, Dorel Fetcu a participat la conferinta "*XIVth International Conference in Geometry, Integrability and Quantization*" la Varna (Bulgaria), cu prezentarea cu titlul "*Simons type formulas for submanifolds with parallel mean curvature in product spaces and applications*", bazata pe rezultatele obtinute in trei lucrari scrise in colaborare cu Harold Rosenberg (IMPA, Rio de Janeiro, Brazil) si Cezar Oniciuc.
O prezentare cu acelasi titlu a fost sustinuta de Dorel Fetcu, ca lector invitat, la Seminarul Departamentului de Matematica din cadrul Institutului de Matematica al Universitatii Federale din Bahia, Salvador, Brazilia, pe 13 Noiembrie 2012.
- In perioada 17 - 23 Septembrie 2012, Razvan Litcanu a facut o vizita de cercetare la Kyoto University, Japonia, la invitatie Prof. A. Moriwaki si S. Kawaguchi. In cadrul acestei vizite a participat la conferinta Paris-Barcelona-Kyoto seminar on Arakelov Geometry (Kyoto, 18-21 septembrie), in cadrul careia au fost prezentate rezultatele din articolul ***Generalized holomorphic analytic torsion***.
- Unele rezultate preliminare obtinute legate de obiectivul al cincilea al proiectului au fost comunicate de catre Iulian Stoleriu la sesiunile stiintifice a doua conferinte internationale ("*Conference on Applied and Industrial Mathematics*" - CAIM August 2012, in Chisinau, Moldova si "*International Conference on Controlled Deterministic and Stochastic Systems*", Iulie 2012 in Iasi), cat si in cadrul a doua seminarii stiintifice (la Universitatea "Al. I. Cuza" din Iasi si la Universitatea Stranthclyde din Glasgow, Marea Britanie).
- In Mai 2013, Profesorul Eric Loubeau, Université de Bretagne Occidentale, Brest, France, a facut o vizita de cercetare ca profesor invitat la Universitatea Al. I. Cuza din Iasi.
- In perioada 11-18 Septembrie 2013, profesorii Shun Maeta (Shumei University, Japonia) si Hajime Urakawa (Tohoku University, Japonia) au efectuat vizite de cercetare ca profesori invitati la Universitatea "Al. I. Cuza" din Iasi. Cu acest prilej, au sustinut seminariile stiintifice: "*Biharmonic submanifolds and Chen's*

conjecture” (S. Maeta) si ”*Geometry of harmonic maps, biharmonic maps and integrable systems*” (H. Urakawa).

- In perioada 19-22 Septembrie 2013, Cezar Oniciuc a participat la conferinta *The 11th international workshop on differential geometry and its applications*, ce a avut loc la Ploiesti, unde a prezentat seminarul *Recent advances in the theory of biharmonic submanifolds*.
- In perioada 23 Septembrie – 9 Octombrie 2013, Cezar Oniciuc a facut o vizita de cercetare ca profesor invitat la Universitatea din Cagliari, Italia.
- In a doua parte a lunii Noiembrie 2013, Profesorul Stefano Montaldo, Universita degli Studi di Cagliari, Italia, va efectua o vizita de cercetare ca profesor invitat la Universitatea Al. I. Cuza din Iasi.

IV. Alte activitati din cadrul proiectului:

- Prezentarea tezei de abilitare intitulata *Subvarietati biarmonice in forme spatiale*, autor Cezar Oniciuc. Aceasta teza a fost prezentata la Institutul de Matematica ”Simion Stoilow” al Academiei Romane din Bucuresti pe 25 Iulie 2012.
- Minicurs de subvarietati biarmonice

În perioada 21-23 ianuarie 2013, Dorel Fetcu a prezentat minicursul (de 6 ore) *Subvariedades biharmonicas em variedades Riemannianas* (în limba portugheză), în cadrul programului de vară al școlilor de master și doctorală ale Institutului de Matematică al Universității Federale din Bahia în Salvador (Brazilia).

Au fost prezentate noțiuni introductive din teoria aplicațiilor biarmonice, rezultate generale precum ecuația Euler-Lagrange asociată integralei bienergiei, a doua formulă variațională a bienergiei, etc., precum și rezultate legate de existența subvarietăților propriu-biarmonice în forme spațiale reale, obținute în special de A. Balmuş, S. Montaldo și C. Oniciuc, iar în final rezultate de clasificare și exemple explicite de astfel de subvarietăți în forme spațiale complexe și sasakiene, obținute în urma colaborării dintre D. Fetcu, E. Loubeau, S. Montaldo și C. Oniciuc.

V. Membri noi in echipa proiectului:

- În perioada iunie 2012 – septembrie 2013, drd. **Andrei Cuzub** a fost angajat in cadrul proiectului. Activitatile sale de cercetare s-au axat pe următoarele teme:
 1. Forme și curenți Green pe varietăți complexe proiective. Forme cu singularități de tip logaritmice pe varietăți complexe proiective. Rezultate de existență și proprietăți;
 2. Teoria intersecției pe o varietate algebrică și, mai general, pe o schemă Noetheriană și regulată;

3. Probleme de moduli. Stack-uri algebrice;
4. Teoria intersecției Arakelov pe varietăți aritmetice;
5. Teorema lui Belyi de caracterizare a curbelor algebrice definite peste un corp de numere.

Obiectivul principal a fost obținerea unor invarianți asociați curbelor algebrice peste corpuri de numere, utilizând morfisme Belyi și teoria intersecției Arakelov. Mai precis, dată o curbă peste un corp de numere, un morfism Belyi și un model al curbei peste inelul corespunzător de întregi, studiem unele intersecții Arakelov ce pot fi astfel construite, căutând invarianți cu proprietăți asemănătoare cu înălțimile clasice pe varietăți algebrice.

Un al doilea obiectiv al doctorandului – mai îndepărtat – a fost construcția unor invarianți pe curbe algebrice, utilizând morfisme Belyi și teoria intersecției pe stack-uri algebrice.

Studiul acestor subiecte s-a concretizat în elaborarea unui proiect de cercetare prezentat în cadrul școlii doctorale și care urmează a fi dezvoltat într-o viitoare teză de doctorat.

De asemenea, în perioada iunie 2012 – noiembrie 2012, doctorandul Andrei Cuzub a participat la Sesiunea de Comunicări Științifice a Facultății de Matematică din cadrul Zilelor Universității “Al. I. Cuza” din Iași și la Seminarul Informal de Noutăți Geometrice, al Catedrei de Geometrie de la Facultatea de Matematica, Universitatea “Al. I Cuza” din Iași.

- Începând din 1 Octombrie 2013, a fost angajată în cadrul proiectului studenta **Simona Elena Nistor**, în locul domnului Andrei Cuzub. Dra. Nistor este masteranda în anul al II-lea al secției de *Cercetare în Matematica* din cadrul Facultății de Matematica și desfășoară activități de informare și de cercetare în domeniul varietatilor riemanniene, domeniul în care își pregătește teza de disertație pe care o va susține în Iulie 2014. Din Septembrie 2013, ea efectuează un stagiu de cercetare de 3 luni în Departamentul de Matematica de la Universita degli Studi di Cagliari, Italia.

Director proiect,
Prof. Dr. Cezar Oniciuc


