

Clasa a XII-a, Algebră

Fie (M, \cdot, e) un monoid și u un element al lui M . Spunem că u este *inversabil la stânga* dacă există $v \in M$ astfel încât $vu = e$; în acest caz v se numește *invers la stânga al lui u* . Similar, spunem că u este *inversabil la dreapta* dacă există $w \in M$ astfel încât $uw = e$; în acest caz w se numește *invers la dreapta al lui u* .

- a) Arătați că dacă un element al unui monoid are un invers la stânga și un invers la dreapta, atunci cele două coincid (deci elementul este inversabil).
- b) Arătați că dacă orice element al unui monoid are invers la stânga, atunci orice element are și invers la dreapta.
- c) Arătați că dacă un element al unui monoid are două inverse distincte la stânga, atunci el nu are invers la dreapta.
- d) Arătați că dacă un element al unui monoid finit are invers la stânga, atunci el are și invers la dreapta.
- e) Dați exemplu de un element al unui monoid care are o infinitate de inverse la stânga și niciun invers la dreapta.
- f) Dați exemplu de un element al unui monoid care are exact un invers la stânga și niciun invers la dreapta.