

Barem

Varianta 3 algebră

1) a) Multimea soluțiilor unui sistem liniar omogen este subspațiu ... 1p

$$b) \dim_{\mathbb{R}}(U_1) = 4 - \text{rang} \begin{pmatrix} d & 1 & 1 & 0 \\ 1 & d & 1 & 0 \\ 1 & 1 & d & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{cases} 0, & d \neq -2 \text{ și } d \neq 1 \\ 1, & d = -2 \\ 2, & d = 1 \end{cases} \dots 1p$$

$$\dim_{\mathbb{R}}(U_2) = 2 \dots 1p$$

$$c) \mathbb{R}^4 = U_1 \oplus U_2 \Leftrightarrow d = 1 \dots 1,5p$$

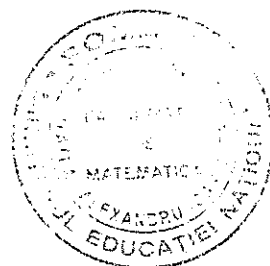
2) a) f = morfism de inele ... 1p

$$b) \text{Ker}(f) = m \times \mathbb{Z} \dots 1p$$

$$\text{im}(f) = \mathbb{Z}_m \times \mathbb{Z}_m \dots 1p$$

c) Enunțul Teoremei fundamentale de izomorfism pentru inele ... 1p

Aplicarea Teoremei fundamentale de izomorfism pentru inele ... 0,5p



Licență 2018
Subiect Analiză matematică + Barem

- (1) Fie $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x, y) = \begin{cases} \frac{2xy}{x^2+y^2}, & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0, & (x, y) = (0, 0). \end{cases}$
- (a) Să se arate că funcția f este mărginită și să i se afle marginile.
 (b) Să se cerceteze dacă f are limită în punctul $(0, 0)$.
 (c) Să se cerceteze dacă f are derivate parțiale în punctul $(0, 0)$.
 (d) Fie șirul $a_n = f\left(\frac{1}{n^2}, \frac{1}{n}\right)$, $n \in \mathbb{N}^*$. Să se studieze convergența seriei $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$.

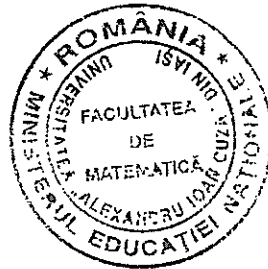
Barem

- $\left| \frac{2xy}{x^2+y^2} \right| \leq 1 \Leftrightarrow 2|x||y| \leq x^2+y^2, (x, y) \neq (0, 0) \dots \dots 1p$
- Demonstrația faptului că $\max_{(x,y) \in \mathbb{R}^2} f(x, y) = 1$,
 $\min_{(x,y) \in \mathbb{R}^2} f(x, y) = -1 \dots \dots 1p$
- Alegerea a două perechi de șiruri (a_n, b_n) și (x_n, y_n) ce tind la $(0, 0)$ astfel încât $\lim_{n \rightarrow \infty} f(a_n, b_n) \neq \lim_{n \rightarrow \infty} f(x_n, y_n) \dots \dots 2p$
- Calculul

$$\frac{\partial f}{\partial x}(0, 0) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x, 0) - f(0, 0)}{x} = 0,$$

$$\frac{\partial f}{\partial y}(0, 0) = \lim_{y \rightarrow 0} \frac{f(0, y) - f(0, 0)}{y} = 0,$$

... 2p
- Calculul $a_n = \frac{2}{n + \frac{1}{n}}, n \geq 1 \dots \dots 1p$
- Aplicarea criteriului de comparație cu seria $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \dots \dots 2p$
- Oficiu. 1p



BAREM GEOMETRIE

1 punct 0 punct

a) $t_{\bar{u}}(\delta): \frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{3} = \frac{z-4}{2}$ 1 punct

$t_{\bar{u}}(\alpha): 2\sqrt{2}x - 2\sqrt{2}y - 3z + 3\pi + 9 + 2\sqrt{2} = 0$ 1 punct

b) $\gamma'(t) = (3\cos t, -3\sin t, 4) \neq \vec{0}, \forall t \in \mathbb{R}$ 1 punct

$M = \gamma(\pi/4)$ 1 punct

$\gamma''(t) = (-3\sin t, -3\cos t, 0), \gamma'''(t) = (-3\cos t, 3\sin t, 0), \gamma'(t) \times \gamma''(t) = 3(4\cos t, -4\sin t, -3)$ 1 punct

$k(\pi/4) = \frac{\|\gamma'(\pi/4) \times \gamma''(\pi/4)\|}{\|\gamma'(\pi/4)\|^3} = \frac{3}{25}$ 0,5 punct

$\tau(\pi/4) = \frac{(\gamma'(\pi/4), \gamma''(\pi/4), \gamma'''(\pi/4))}{\|\gamma'(\pi/4) \times \gamma''(\pi/4)\|^2} = -\frac{4}{25}$ 0,5 punct

c) a. $\frac{x - \frac{3}{\sqrt{2}}}{\frac{3}{\sqrt{2}}} = \frac{y - \frac{3}{\sqrt{2}}}{-\frac{3}{\sqrt{2}}} = \frac{z - \pi}{4} = t \in \mathbb{R}$ 0,5 punct

a: $x(t) = \frac{3}{\sqrt{2}}(t+1), y(t) = \frac{3}{\sqrt{2}}(-t+1), z(t) = 4t + \pi, t \in \mathbb{R}; 2\sqrt{2}x(t) - 2\sqrt{2}y(t) - 3z(t) + 3\pi = 0, \forall t \in \mathbb{R}$ 0,5 punct

d) $\beta: 3x - 3y + 4\sqrt{2}z - 4\sqrt{2}\pi = 0$ 0,5 punct

$\vec{N} = (2\sqrt{2}, -2\sqrt{2}, -3)$ = vector normal la α , $\cos \varphi = \frac{\langle \vec{N}, \gamma'(\pi/4) \rangle}{\|\vec{N}\| \|\gamma'(\pi/4)\|} = 0, \varphi = \frac{\pi}{2}$ 0,5 punct

e) $\langle \vec{N}, \gamma'(t) \rangle = 0 \Leftrightarrow \cos t + \sin t = \sqrt{2}$ 0,5 punct

Multimea solutiilor $\{t_k = \frac{\pi}{4} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}\} \Rightarrow \{M_k(\frac{3}{\sqrt{2}}, \frac{3}{\sqrt{2}}, (8k+1)\pi), k \in \mathbb{Z}\}$ 0,5 punct

Barem informatică

a)

- Identificarea condițiilor pentru ca un număr să fie magic (ex. conține cifrele 1 și 9) 1p
- Definirea corectă a funcției 0,5 p

b)

- Implementarea algoritmului de calcul al sumei cifrelor unui număr natural 1 p
- Definirea corectă a funcției 0,5 p

c)

- Identificarea elementelor tabloului w și returnarea dimensiunii efective a acestuia 1 p
- Sortarea crescătoare a elementelor tabloului w 1,5 p

d)

- Identificarea prietenilor numărului nr din tablourile v și w 0,5 p
- Identificarea celui mai mic prieten comun din tablourile v și w 1 p
- Utilizarea unui algoritm eficient și explicarea acestuia 1 p

Scrierea unui program pentru testarea funcțiilor definite 1 p

Oficiu 1 p

