

3 probleme de construcții geometrice

Marian Ioan MUNTEANU

Universitatea Al.I.Cuza din Iasi, Romania
webpage: <http://www.math.uaic.ro/~munteanu>

Seminar informal de didactica matematicii





Problema 1.

Să se construiască un triunghi dacă se cunosc lungimile bisectoarei l_a , medianei m_a și înălțimii h_a care pleacă dintr-un același vârf.



Problema 1.

Să se construiască un triunghi dacă se cunosc lungimile bisectoarei l_a , medianei m_a și înălțimii h_a care pleacă dintr-un același vârf.

Observație: $h_a \leq l_a \leq m_a$ • condiție necesară



Problema 1.

Să se construiască un triunghi dacă se cunosc lungimile bisectoarei l_a , medianei m_a și înălțimii h_a care pleacă dintr-un același vârf.

Observație: $h_a \leq l_a \leq m_a$ • condiție necesară

Cazul de egalitate: • există soluție, nu este unică (triunghi isoscel)



Problema 1.

Să se construiască un triunghi dacă se cunosc lungimile bisectoarei l_a , medianei m_a și înălțimii h_a care pleacă dintr-un același vârf.

Observație: $h_a \leq l_a \leq m_a$ • condiție necesară

Cazul de egalitate: • există soluție, nu este unică (triunghi isoscel)

Vom presupune în continuare inegalitate strictă.

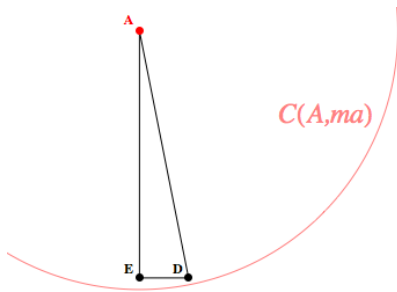


Problema 1: inaltimea si bisectoarea (\triangle dreptunghic)



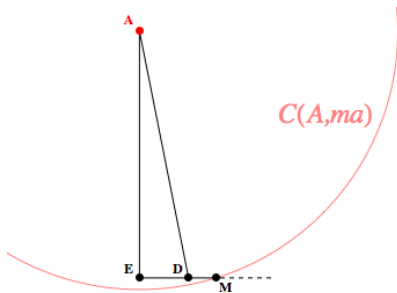


Problema 1: cerc cu raza m_a



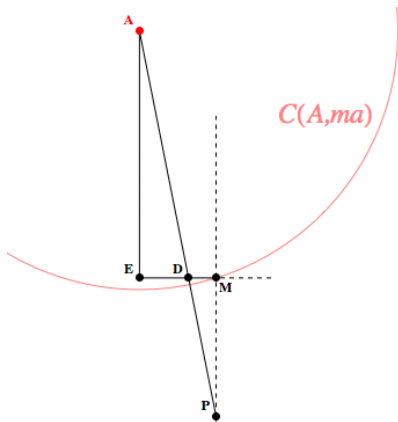


Problema 1: piciorul medianei din A



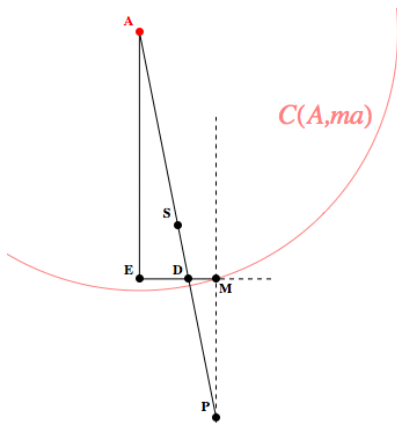


Problema 1: $[MP] \perp dr DE, P \in dr AE$



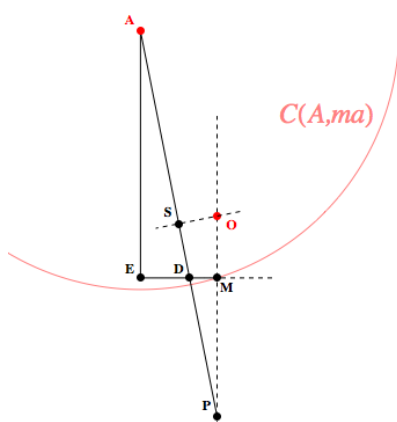


Problema 1: S este mijlocul segmentului $[AP]$



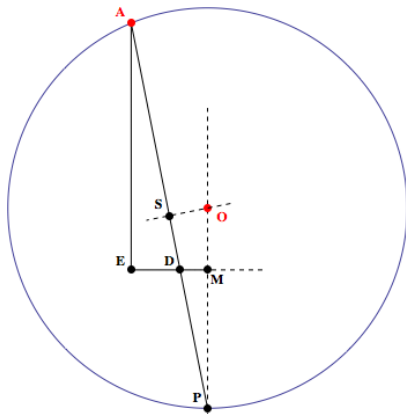


Problema 1: mediat. $[AP] \cap \text{dr } MP = \{O\}$



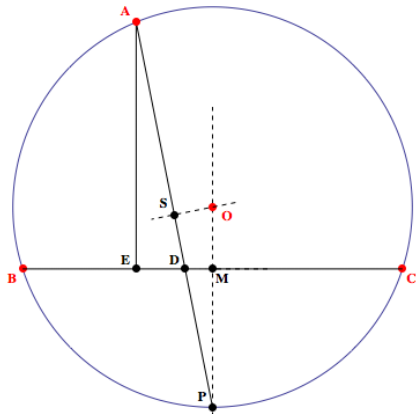


Problema 1: cercul cu centrul in O si raza OP



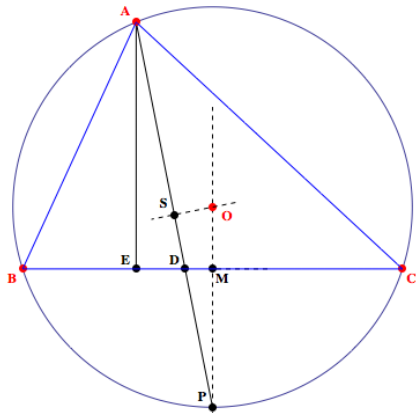


Problema 1: gasirea punctelor B si C



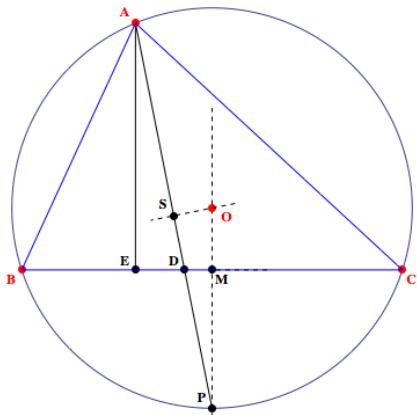


Problema 1: triunghiul ABC este cel cautat





Problema 1: triunghiul ABC este cel cautat



- $[OM]$ mediatoarea segm $[BC]$
- $[AM]$ este mediana
- $[AE]$ este evident inaltime
- $\widehat{BP} \equiv \widehat{CP}$
- $[AP]$ este bisectoarea $\sphericalangle BAC$
- lungimile sunt cele solicitate



Problema 2.

Să se traseze într-un cerc o coardă de lungime și direcție date.



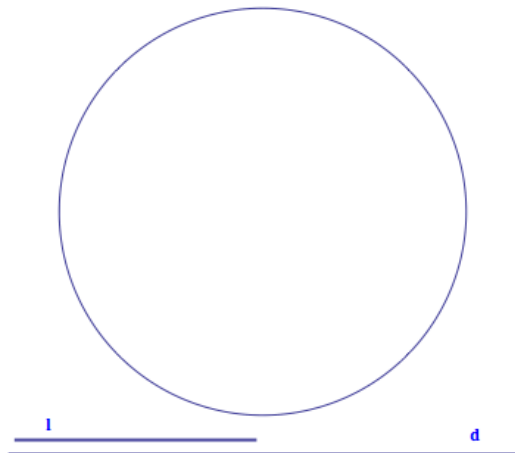
Problema 2.

Să se traseze într-un cerc o coardă de lungime și direcție date.

Mai precis, fie cercul $C(O, R)$, dreapta d și numărul $l > 0$. Să se construiască o coardă în cercul dat paralelă cu d și de lungime l .

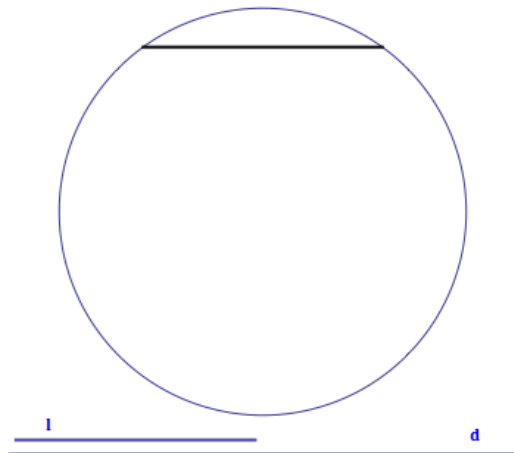


Problema 2.





Problema 2.



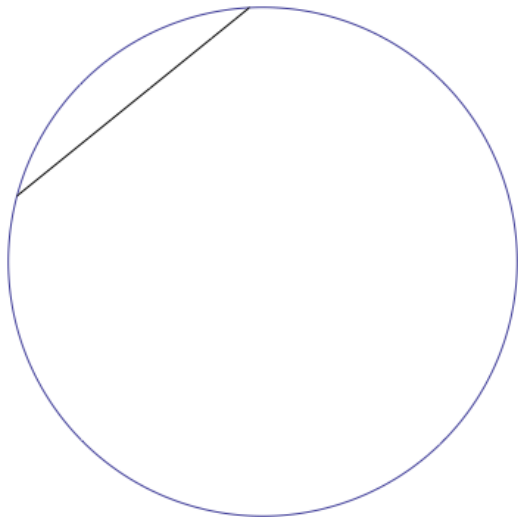


Construcții considerate cunoscute

- Să se construiască paralela la o dreaptă printr-un punct dat (exterior drepteii).
- Să se construiască perpendiculara pe o dreaptă dintr-un punct exterior al său.
- Să se construiască mijlocul unui segment.

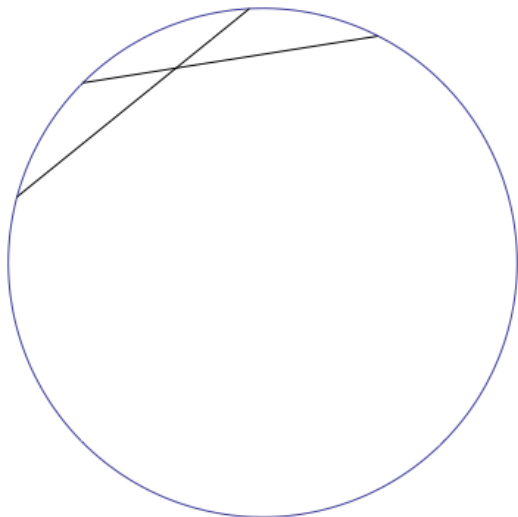


Problema 2. (infasuratoare)



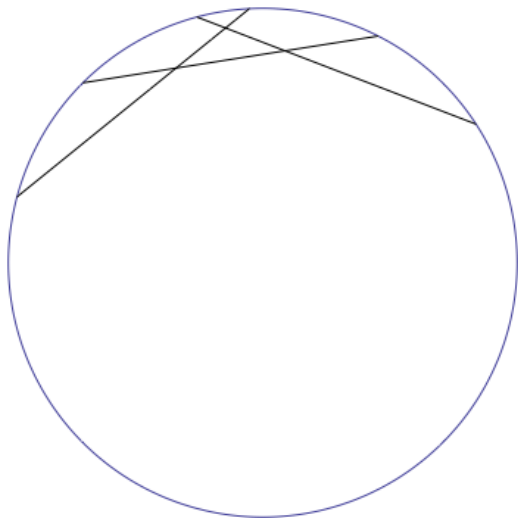


Problema 2. (infasuratoare)



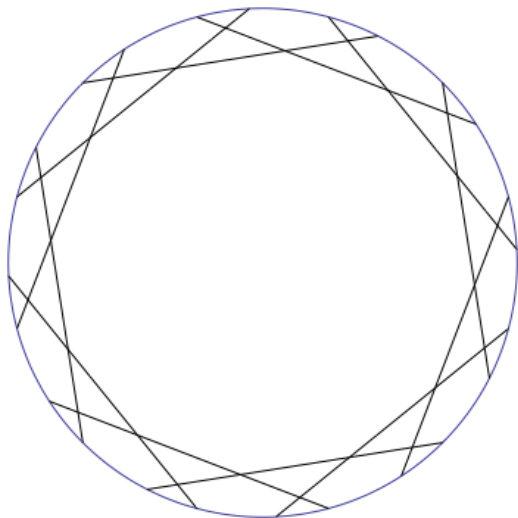


Problema 2. (infasuratoare)



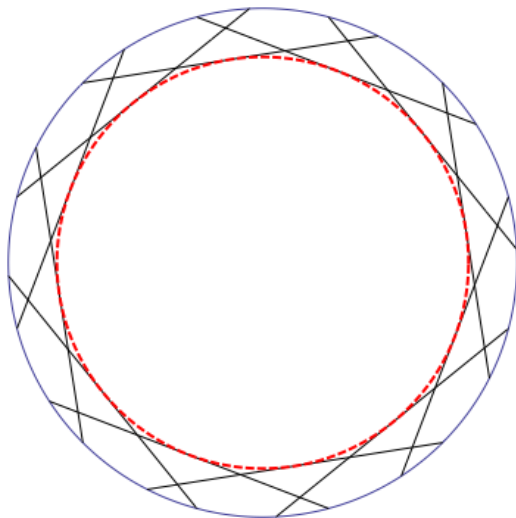


Problema 2. (infasuratoare)



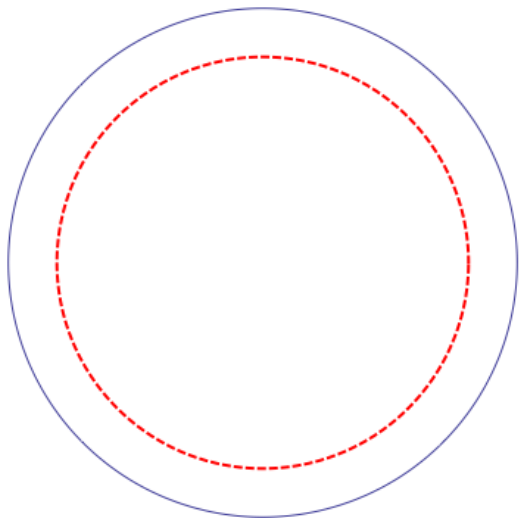


Problema 2. (infasuratoare)



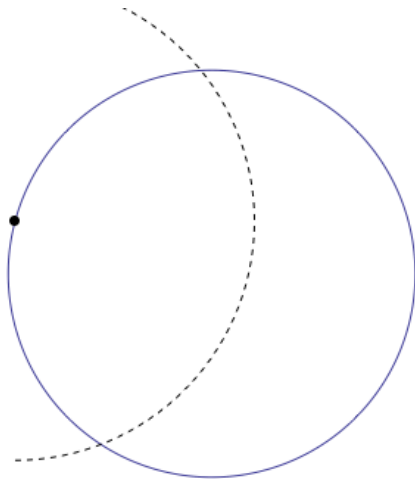


Problema 2. (infasuratoare)



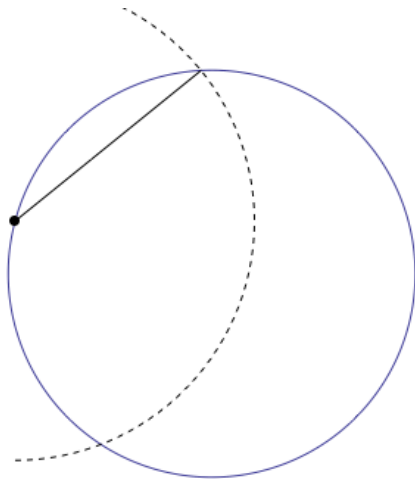


Problema 2. Constructia



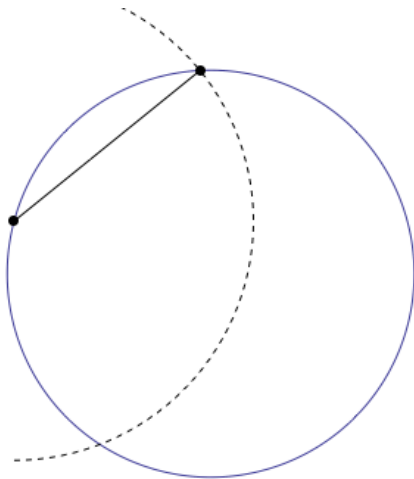


Problema 2. Constructia



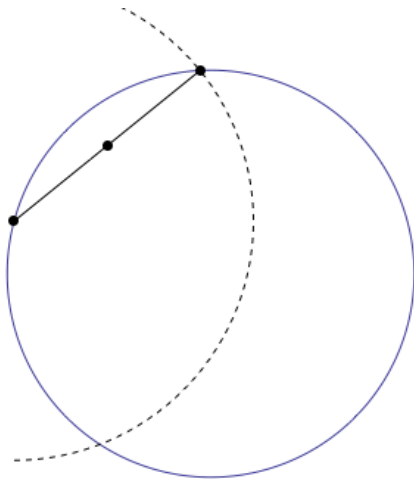


Problema 2. Constructia



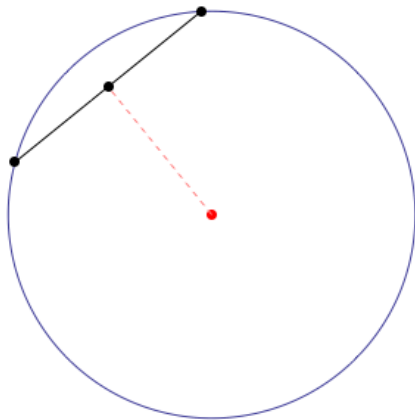


Problema 2. Constructia



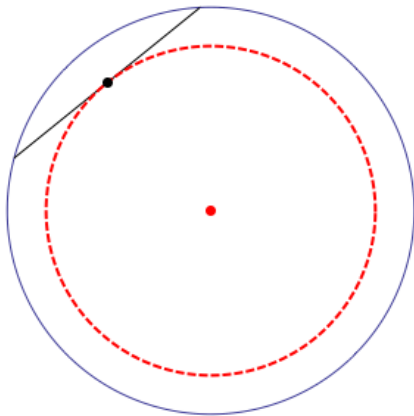


Problema 2. Constructia



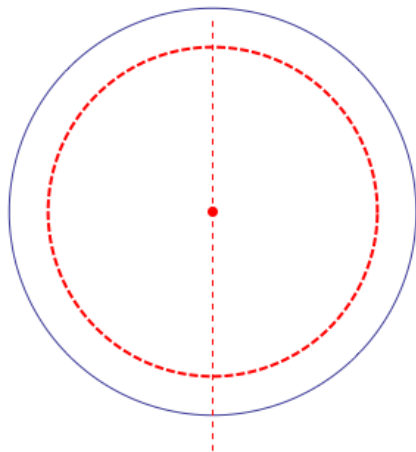


Problema 2. Constructia



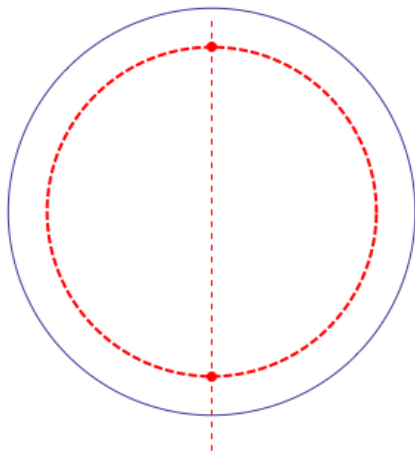


Problema 2. Constructia



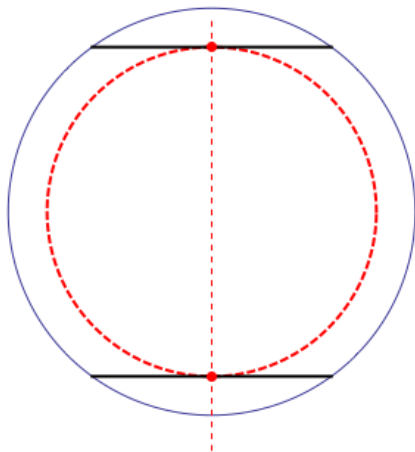


Problema 2. Constructia





Problema 2. Constructia





Observație

Am rezolvat astfel și o altă problemă:

Să se construiască tangentele la un cerc dat paralele cu o dreaptă dată.



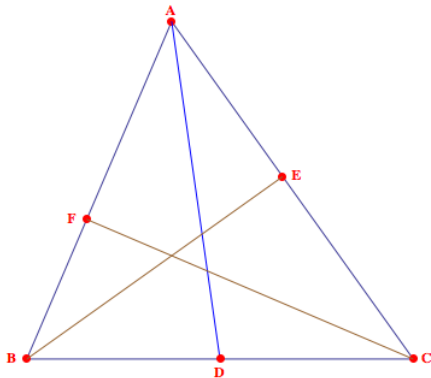
Problema 3.

Să se construiască triunghiul ABC când se cunosc h_b , h_c și m_a .
Notațiile sunt cele uzuale.



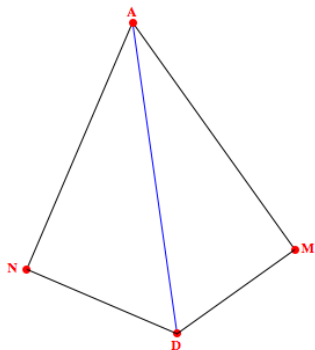
Problema 3.

Să se construiască triunghiul ABC când se cunosc h_b , h_c și m_a .
Notațiile sunt cele uzuale.





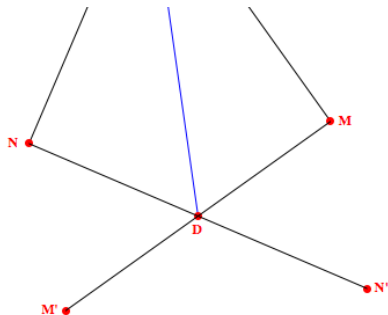
Problema 3: Constructia



- $[AD]$ de lungime m_a
- $\triangle ADM$ dreptunghic in M cu $DM = \frac{1}{2}h_b$
- $\triangle ADN$ dreptunghic in N cu $DN = \frac{1}{2}h_c$
- a.i. M si N sa fie in semiplane diferite determinate de dr AD
- conditii de existenta: $m_a > \frac{1}{2}h_b$ si $m_a > \frac{1}{2}h_c$



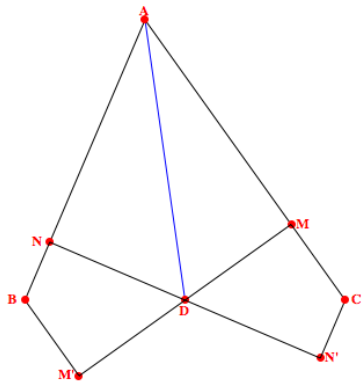
Problema 3: Constructia



- M' simetricul lui M fata de D
- N' simetricul lui N fata de D



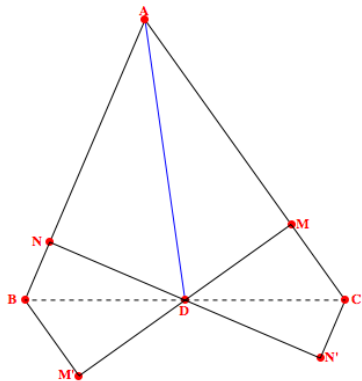
Problema 3: Constructia



- $[M'B'] \parallel [AM], B \in \text{dr } AN$
- $[N'C] \parallel [AN], C \in \text{dr } AM$



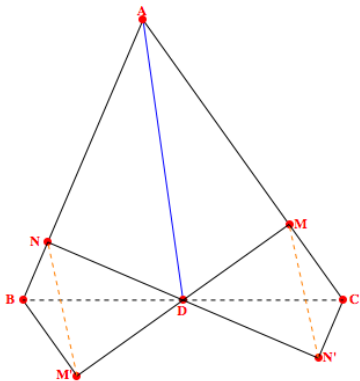
Problema 3: Constructia



- punctele B , D și C sunt coliniare!



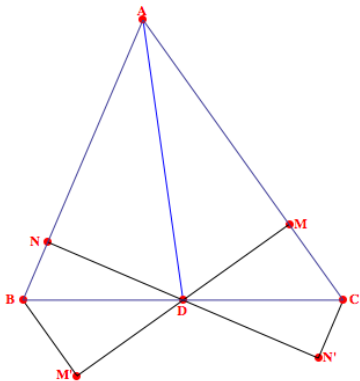
Problema 3: Concluzia



- punctele B , D și C sunt coliniare!
- $MNM'N'$ paral. $\Rightarrow [M'N] \parallel [MN]$
- $\sphericalangle N'DC \equiv \sphericalangle N'MC$
($DMCN'$ inscript.)
- $\sphericalangle NDB \equiv \sphericalangle NM'B$
($DNBM'$ inscript.)
- $\sphericalangle N'MC \equiv \sphericalangle NM'B$ (unghiuri ascuțite cu laturi paralele)
- $\Rightarrow \sphericalangle NDB \equiv \sphericalangle N'DC$



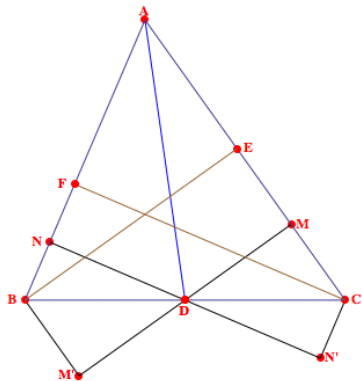
Problema 3: Concluzia



- $\triangle NDB \equiv \triangle N'DC$
($[ND] \equiv [N'D]$, $\sphericalangle NDB \equiv \sphericalangle N'DC$)
- $\Rightarrow [AD]$ mediana



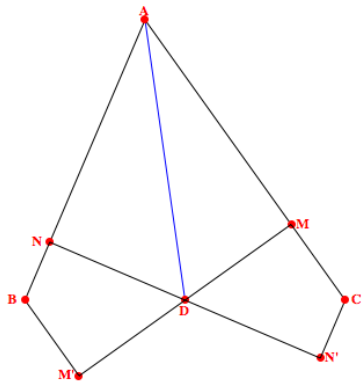
Problema 3: Concluzia



- ducem inaltimile $[BE]$ si $[CF]$
- $[DM]$ este l.m. in $\triangle BCE$
- $[DN]$ este l.m. in $\triangle BCF$
- \Rightarrow inaltimile au lungimile solicitate



Problema 3: caz "pierdut"



- M' simetricul lui M fata de D
- N' simetricul lui N fata de D
- Să se studieze situația când $M' \in dr AN$

