

**FIȘA DISCIPLINEI****1. Date despre program**

1.1 Instituția de învățământ superior	Universitatea “Alexandru Ioan Cuza” din Iași
1.2 Facultatea	Facultatea de Matematică
1.3 Departamentul	Matematică
1.4 Domeniul de studii	Matematică
1.5 Ciclul de studii	Licență
1.6 Programul de studii / Calificarea	Matematică informatică

**2. Date despre disciplină**

2.1 Denumirea disciplinei	Teoria Măsurii și integrala Lebesgue						
2.2 Titularul activităților de curs	Conf.dr. Dănuț Rusu						
2.3 Titularul activităților de seminar	Conf.dr. Dănuț Rusu, Asist.dr. Sorin Botezat, Asist.dr. Chelmuș Dumitru-Teodor						
2.4 An de studiu	II	2.5 Semestru	4	2.6 Tip de evaluare	E	2.7 Regimul disciplinei*	OB

\* OB – Obligatoriu / OP – Opțional

**3. Timpul total estimat (ore pe semestru și activități didactice)**

3.1 Număr de ore pe săptămână	4	din care: 3.2 curs	2	3.3 seminar/laborator	2
3.4 Total ore din planul de învățământ	56	din care: 3.5 curs	28	3.6 seminar/laborator	28
Distribuția fondului de timp					Ore
Studiu după manual, suport de curs, bibliografie și altele					35
Documentare suplimentară în bibliotecă, pe platformele electronice de specialitate și pe teren					0
Pregătire seminarii/laboratoare, teme, referate, portofolii și eseuri					28
Tutoriat					
Examinări					6
Alte activități .....					
3.7 Total ore studiu individual					63
3.8 Total ore pe semestru					125
3.9 Număr de credite					5

**4. Precondiții (dacă este cazul)**

4.1 De curriculum	Calculul integral
4.2 De competențe	Operarea cu noțiuni de bază din analiza matematică

**5. Condiții (dacă este cazul)**

5.1 De desfășurare a cursului	amfiteatru, tablă, cretă
5.2 De desfășurare a seminarului/ laboratorului	sală de seminar, tablă, cretă



## 6. Competențe specifice acumulate

<b>Competențe profesionale</b>	C1. Operarea cu noțiuni și metode matematice C2. Prelucrarea matematică a datelor, analiza și interpretarea unor fenomene și procese C3. Elaborarea și analiza unor algoritmi pentru rezolvarea problemelor C4. Conceperea modelelor matematice pentru descrierea unor fenomene C5. Demonstrarea rezultatelor matematice folosind diferite concepte și raționamente matematice
<b>Competențe transversale</b>	CT1. Aplicarea regulilor de muncă riguroasă și eficientă, manifestarea unor atitudini responsabile față de domeniul științific și didactic, pentru valorificarea optimă și creativă a propriului potențial în situații specifice, cu respectarea principiilor și a normelor de etică profesională CT2. Desfasurarea eficientă și eficientă a activităților organizate în echipă CT3. Utilizarea eficientă a surselor informaționale și a resurselor de comunicare și formare profesională asistată, atât în limba română, cât și într-o limbă de circulație internațională

## 7. Obiectivele disciplinei (din grila competențelor specifice acumulate)

<b>7.1 Obiectivul general</b>	1. Însușirea de către studenți a noțiunilor, conceptelor și rezultatelor fundamentale din teoria măsurii 2. Familiarizarea studenților cu integrala Lebesgue și proprietățile sale 3. Aplicarea rezultatelor
<b>7.2 Obiectivele specifice</b>	La finalizarea cu succes a acestei discipline, studenții vor fi capabili să: <ul style="list-style-type: none"><li>▪ Descrie obiectele de bază din teoria măsurii și din teoria integralei Lebesgue</li><li>▪ Demonstreze proprietățile fundamentale ale acestora</li><li>▪ Explice semnificația și aplicațiile rezultatelor principale</li><li>▪ Utilizeze unele tehnici și noțiuni de bază în rezolvarea unor exerciții și probleme</li></ul>

## 8. Conținut

8.1	Curs	Metode de predare	Observații (ore și referințe bibliografice)
1.	<b>Clase de mulțimi:</b> semiinel, inel, algebră, inel generat, delta-inel, sigma-inel, sigma-algebră, clase monotone, sigma-inel generat, etc	Expunerea, conversația, demonstrația, problematizarea	2 ore
2.	<b>Funcții de mulțime:</b> funcții de mulțime monotone, aditive, numărabil aditive, continue pe șiruri ascendente /descendente, noțiunea de măsură, proprietăți <b>Măsuri exterioare:</b> definiție, proprietăți, exemple, mulțimi măsurabile, sigma-algebra mulțimilor măsurabile relativ la o măsură exterioară	Expunerea, conversația, demonstrația, problematizarea	2 ore
3.	<b>Procedee de prelungire Caratheodory,</b>	Expunerea, conversația, demonstrația, problematizarea	2 ore



	<b>Măsuri complete:</b> completarea unei măsuri, structura mulțimilor măsurabile,		
4.	<b>Măsura Lebesgue:</b> definiție, proprietăți	Expunerea, conversația, demonstrația, problematizarea	2 ore
5.	Mulțimea lui Cantor, teorema lui Vitali <b>Măsuri Lebesgue-Stieltjes</b> <b>Funcții măsurabile</b>	Expunerea, conversația, demonstrația, problematizarea	2 ore
6.	<b>Operații cu funcții măsurabile.</b> <b>Tipuri de convergență ale șirurilor de funcții măsurabile</b>	Expunerea, conversația, demonstrația, problematizarea	2 ore
7.	Aproximări ale funcțiilor măsurabile. Teoremele lui Borel, Frechet, Luzin. <b>Integrala Lebesgue</b> <b>Integrala Lebesgue a funcțiilor măsurabile nenegative</b>	Expunerea, conversația, demonstrația, problematizarea	2 ore
8.	Lema lui Fatou, <b>Integrala Lebesgue a unei funcții măsurabile, cu valori reale</b> Teorema convergenței dominate	Expunerea, conversația, demonstrația, problematizarea	2 ore
9.	<b>Legătura dintre integrala Riemann și integrala Lebesgue</b>	Expunerea, conversația, demonstrația, problematizarea	2 ore
10.	<b>Spații <math>L^p</math>:</b> structura algebrică, structura topologică (norma $p$ , completitudinea spațiilor $L^p$ )	Expunerea, conversația, demonstrația, problematizarea	2 ore
11.	Proprietati de densitate în $L^p$ <b>Spațiul <math>L^\infty</math></b>	Expunerea, conversația, demonstrația, problematizarea	2 ore
12.	<b>Măsura și integrala Lebesgue pe spații produs</b>	Expunerea, conversația, demonstrația, problematizarea	2 ore
13.	Teorema lui Fubini <b>Măsuri reale</b> Teorema lui Radon-Nikodym	Expunerea, conversația, demonstrația, problematizarea	2 ore
14.	<b>Serii Fourier în <math>L^2([-\pi, \pi])</math></b>	Expunerea, conversația, demonstrația, problematizarea	2 ore

**Bibliografie****Referințe principale:**

[1] Florescu L., *Analiză Matematică*, Editura Univ. "A.I.Cuza" Iași, 1999.

[2] Halmos P.R., *Measure Theory*, Springer, 1974.

[3] Precupanu A., *Analiză Matematică. Funcții Reale*, Editura Didactică și Pedagogică, București 1976.

8.2	Seminar / Laborator	Metode de predare	Observații (ore și referințe bibliografice)
1.	Exemple și proprietăți ale claselor de mulțimi	Exercițiul, conversația	2 ore
2.	Exemple și proprietăți ale măsurilor și măsurilor exterioare	Exercițiul, conversația	2 ore
3.	Exemple de prelungiri Caratheodory Exemple și proprietăți ale măsurilor complete	Exercițiul, conversația	2 ore



4.	Proprietăți ale măsurii Lebesgue	Exercițiul, conversația	2 ore
5.	Exemple și proprietăți ale măsurilor Lebesgue-Stieltjes. Exemple și proprietăți ale funcțiilor măsurabile	Exercițiul, conversația	2 ore
6.	Exemple și proprietăți ale funcțiilor măsurabile. Tipuri speciale de convergență ale șirurilor de funcții măsurabile: exemple și aplicații	Exercițiul, conversația	2 ore
7.	Tipuri speciale de convergență ale șirurilor de funcții măsurabile: exemple și aplicații	Exercițiul, conversația	2 ore
8.	Exemple și proprietăți ale integralei Lebesgue	Exercițiul, conversația	2 ore
9.	Exemple și proprietăți ale integralei Lebesgue	Exercițiul, conversația	2 ore
10.	Legătura dintre integrala Riemann și integrala Lebesgue: aplicații	Exercițiul, conversația	2 ore
11.	Spații $L^p$ și spațiul $L^\infty$ : aplicații	Exercițiul, conversația	2 ore
12.	Măsura și integrala Lebesgue pe spații produs: exemple și proprietăți	Exercițiul, conversația	2 ore
13.	Măsuri reale: exemple și proprietăți	Exercițiul, conversația	2 ore
14.	Serii Fourier: aplicații	Exercițiul, conversația	2 ore

**Referințe suplimentare:****Bibliografie**

A.Precupanu, *Culegere de probleme de Analiză Matematică. Funcții Reale*, Editura Univ."A.I.Cuza" Iași, 1982

**9. Coroborarea conținutului disciplinei cu așteptările reprezentanților comunității, asociațiilor profesionale și angajatorilor reprezentativi din domeniul aferent programului**

Cursul și seminarul vor furniza studenților noțiunile și rezultatele de bază din cadrul teoriei măsurii și a integralei Lebesgue, oferind suport pentru alte cursuri studiate în facultatea de matematică

**10. Evaluare**

Tip activitate	10.1 Criterii de evaluare	10.2 Metode de evaluare	10.3 Pondere în nota finală (%)
10.4 Curs	Cunoașterea și utilizarea corectă a noțiunilor și rezultatelor fundamentale, aplicarea corectă a rezultatelor teoretice	Examen scris, examen oral	50
10.5 Seminar/ Laborator	Identificarea metodelor pentru rezolvarea unor exerciții și probleme, dobândirea unor deprinderi de calcul, capacitatea de a parcurge, înțelege și prezenta un text în problematica disciplinei	Verificare periodică scrisă (lucrare scrisă), verificare cu caracter global (examen scris), verificarea curentă (orală, practică, teme)	50
Lucrare scrisă din materia primelor 7 cursuri (2 subiecte teoretice și 2 probleme) (NP) NP va crește în funcție de activitatea de la seminar, temele rezolvate și prezența la seminar. Examen scris (4 probleme din materia cursurilor 8-14) (NS) Examen oral (bilet cu 2 subiecte din materia cursurilor 8-14) (NO) Nota examen (NE) = parte întreagă $[(NS + NO)/2 + 0.5]$ Nota finală = parte întreagă $[(NP + NE)/2 + 0.5]$			
<b>10.6 Standard minim de performanță</b>			
Standard minim de performanță - cunoașterea noțiunilor fundamentale, înțelegerea rezultatelor principale - rezolvarea unor exerciții și probleme cu grad redus de dificultate - realizarea temelor			

**Data completării**  
5.10.2022

**Titular de curs**  
Conf.dr. Dănuț Rusu

**Titular de seminar**  
Conf.dr. Dănuț Rusu  
Asist.dr. Sorin Botezat  
Asist.dr. Chelmuș Dumitru-Teodor

**Data avizării în departament**

**Director de departament**  
Prof. dr. Ioan Bucătaru