ASUPRA STRUCTURII DOMENIILOR DE OPTIMALITATE ALE PARAMETRULUI, PENTRU PROBLEME DE PROGRAMARE LINIARĂ PARAMETRICĂ RAŢIONALĂ

Rezumat

Se întrebuinţează metoda variabilelor directoare a lui E. M. L. Beale, pentru formularea unui algoritm de rezolvare a problemelor de programare liniară parametrică, ale cărei date sînt fracţii raţionale de un parametru λ. Acest algoritm permite demonstrarea constructivă a mai multor teoreme, enunţate în ultima secţiune o lucrării. Se dă la sfîrşit o bibliografie asupra lucrărilor relative la programarea parametrică.

NOTE

CORELAŢIA LINIARĂ (C, m_p) LA PLEIADE

DE

V. NADOLSCHI şi GH. PROCOPIUC

1. Scopul prezentei lucrări este determinarea parametrilor principali ai corelaţiei (C, m_p) pentru roiul deschis al Pleiadelor. Această determinare se face prin metoda directă, mai exactă decît metoda frecvenţelor. Drept material empiric s-a folosit diagrama (C, m_p) pentru Pleiade (planşa 12 din [1]). Forma generală a acestei diagrame, în care cele 264 de puncte reprezentative formează o singură secvenţă liniară, ne arată că putem să ne limităm la calculul corelaţiei liniare respective.

2. Calculul coordonatelor carteziene ortogonale (C, m_p) ale punctelor diagramei a fost efectuat în modul următor. Diagrama a fost copiată pe calc şi introdusă, între două plăci plane de sticlă, în maşina de măsurat coordonate „Komes"-Zeiss Nr. 36603 a Observatorului Astronomic. Coordonatele punctelor au fost măsurate în sistemul arbitrar al instrumentului menţionat. În acelaşi sistem s-au măsurat şi coordonatele a trei puncte pentru care se cunoşteau C şi m_p şi anume:

$$A(-0{,}5;\ 17{,}5) - (462{,}6;\ 246{,}3),$$
$$(1)\qquad B(-0{,}5;\ 13{,}0) - (462{,}6;\ 174{,}8),$$
$$C(+1{,}5;\ 17{,}5) - (525{,}7;\ 246{,}3).$$

Cu ajutorul acestor puncte se deduce uşor următoarea relaţie de transformare de la sistemul arbitrar (a, b) la sistemul (C, m_p):

$$(2)\qquad C = (a - 462{,}6) : 31{,}6 - 0{,}5;\quad m_p = 17{,}5 - (246{,}3 - b) : 15{,}9.$$

Folosind aceste relaţii s-au determinat indicii de culoare $C = x$ şi magnitudinile fotografice $m_p = y$ ale celor 264 de stele din roiul Pleiadelor. Aceste mărimi, precum şi mărimile x^2, y^2, xy necesare calculului parametrilor corelaţiei, sînt date în tabloul care urmează. Ultima coloană conţinînd $(x+y)^2$ este dată în vederea verificării calculelor: $\sum (x+y)^2 = \sum x^2 + \sum y^2 + 2 \sum xy$.

Nr.	x	y	x^2	y^2	xy	$x+y$	$(x+y)^2$
1	−0,29	2,59	0,0841	6,7081	−0,7511	2,30	5,2900
2	−0,27	3,39	0,0729	11,4921	−0,9153	3,12	9,7344
3	−0,31	3,42	0,0961	11,6964	−1,0602	3,11	9,6721
4	−0,26	3,66	0,0676	13,3956	−0,9516	3,40	11,5600
5	−0,25	3,93	0,0625	15,4449	−0,9825	3,68	13,5424
6	−0,31	4,04	0,0961	16,3216	−1,2524	3,73	13,9129
7	−0,27	4,83	0,0729	23,3289	−1,3041	4,56	20,7936
8	−0,27	5,19	0,0729	26,9361	−1,4013	4,92	24,2064
9	−0,22	5,24	0,0484	27,4576	−1,1528	5,02	25,2004
10	−0,26	5,40	0,0676	29,1600	−1,4040	5,14	26,4196
11	−0,21	5,55	0,0441	30,8025	−1,1655	5,34	28,5156
12	−0,20	5,89	0,0400	34,6921	−1,1780	5,69	32,3761
13	−0,02	6,47	0,0004	41,8609	−0,1294	6,45	41,6025
14	0,00	6,69	0,0000	44,7561	0,0000	6,69	44,7561
15	−0,05	6,31	0,0025	39,8161	−0,3155	6,26	39,1876
16	−0,13	6,04	0,0169	36,4818	−0,7852	5,91	34,9281
17	−0,16	6,12	0,0256	37,4544	−0,9792	5,96	35,5216
18	−0,21	6,22	0,0441	38,6884	−1,3062	6,01	36,1201
19	−0,22	6,40	0,0484	40,9600	−1,4080	6,18	38,1924
20	−0,12	6,61	0,0144	43,6921	−0,7932	6,49	42,1201
21	−0,15	6,66	0,0225	44,3556	−0,9990	6,51	42,3801
22	−0,11	6,69	0,0121	44,7561	−0,7359	6,58	43,2964
23	−0,16	6,71	0,0256	45,0241	−1,0736	6,55	42,9025
24	−0,18	6,84	0,0324	46,7856	−1,2312	6,66	44,3556
25	−0,15	6,84	0,0225	46,7856	−1,0260	6,69	44,7561
26	−0,08	6,86	0,0064	47,0596	−0,5488	6,78	45,9684
27	−0,14	6,94	0,0196	48,1636	−0,9716	6,80	46,2400
28	−0,05	6,90	0,0025	47,6100	−0,3450	6,85	46,9225
29	−0,16	7,06	0,0256	49,8436	−1,1296	6,90	47,6100
30	−0,14	7,14	0,0196	50,9796	−0,9996	7,00	49,0000
31	−0,11	7,18	0,0121	51,5524	−0,7898	7,07	49,9849
32	−0,07	7,13	0,0049	50,8369	−0,4991	7,06	49,8436
33	−0,11	7,47	0,0121	55,8009	−0,8217	7,36	54,1696
34	−0,08	7,48	0,0064	55,9504	−0,5984	7,40	54,7600
35	−0,01	7,59	0,0001	57,6081	−0,0759	7,58	57,4564
36	−0,01	7,65	0,0001	58,5225	−0,0765	7,64	58,3696
37	0,04	7,73	0,0016	59,7529	0,3092	7,77	60,3729
38	0,01	7,72	0,0001	59,5984	0,0772	7,73	59,7529
39	−0,02	7,71	0,0004	59,4441	−0,1542	7,69	59,1361
40	0,01	7,77	0,0001	60,3729	0,0777	7,76	60,2176
41	−0,02	7,77	0,0004	60,3729	−0,1554	7,75	60,0625
42	0,01	7,86	0,0001	61,7796	0,0786	7,87	61,9369
43	0,03	7,92	0,0009	62,7264	0,2376	7,95	63,2025
44	0,01	7,99	0,0001	63,8401	0,0799	8,00	64,0000
45	0,19	8,03	0,0361	64,4809	1,5257	8,22	67,5684
46	0,18	8,11	0,0324	65,7721	1,4598	8,29	68,7241
47	0,15	8,14	0,0225	66,2596	1,2210	8,29	68,7241
48	0,05	8,07	0,0025	65,1249	0,4035	8,12	65,9344
49	0,05	8,10	0,0025	65,6100	0,4050	8,15	66,4225
50	0,03	8,12	0,0009	65,9344	0,2436	8,15	66,4225
51	0,05	8,16	0,0025	66,5856	0,4080	8,21	67,4041

Nr.	x	y	x^2	y^2	xy	$x+y$	$(x+y)^2$
52	0,06	8,20	0,0036	67,2400	0,4960	8,26	68,2276
53	0,19	8,24	0,0361	67,8976	1,5656	8,43	71,0649
54	0,10	8,29	0,0100	68,7241	0,8290	8,39	70,3921
55	0,10	8,34	0,0100	69,5556	0,8340	8,44	71,2336
56	0,10	8,37	0,0100	70,0569	0,8370	8,47	71,7409
57	0,10	8,42	0,0100	70,8964	0,8420	8,52	72,5904
58	0,10	8,46	0,0100	71,5716	0,8460	8,56	73,2736
59	0,19	8,46	0,0361	71,5716	1,6074	8,65	74,8225
60	0,19	8,50	0,0361	72,2500	1,6150	8,69	75,5161
61	0,15	8,50	0,0225	72,2500	1,2750	8,65	74,8225
62	0,15	8,54	0,0225	72,9316	1,2810	8,69	75,5161
63	0,20	8,59	0,0400	73,7891	1,7180	8,79	77,2641
64	0,20	8,84	0,0400	78,1456	1,7680	9,04	81,7216
65	0,23	8,86	0,0529	78,4996	2,0378	9,09	82,6281
66	0,21	8,92	0,0441	79,5664	1,8732	9,13	83,3569
67	0,32	8,92	0,1024	79,5664	2,8544	9,24	85,3776
68	0,32	9,04	0,1024	81,7216	2,8928	9,36	87,6096
69	0,20	9,05	0,0400	81,9025	1,8100	9,25	85,5625
70	0,22	9,08	0,0484	82,4464	1,9976	9,30	86,4900
71	0,23	9,20	0,0529	84,6400	2,1160	9,43	88,9249
72	0,30	9,30	0,0900	86,4900	2,7900	9,60	92,1600
73	0,29	9,42	0,0841	88,7364	2,7318	9,71	94,2841
74	0,31	9,41	0,0961	88,5481	2,9171	9,72	94,4784
75	0,35	9,41	0,1225	88,5481	3,2935	9,76	95,2576
76	0,30	9,47	0,0900	89,6809	2,8410	9,77	95,4529
77	0,33	9,47	0,1089	89,6809	3,1251	9,80	96,0400
78	0,35	9,47	0,1225	89,6809	3,3145	9,82	96,4324
79	0,40	9,49	0,1600	90,0601	3,7960	9,89	97,8121
80	0,32	9,52	0,1024	90,6304	3,0464	9,84	96,8256
81	0,35	9,56	0,1225	91,3936	3,3460	9,91	98,2081
82	0,30	9,63	0,0900	92,7369	2,8890	9,93	98,6049
83	0,41	9,68	0,1681	93,7024	3,9688	10,09	101,8081
84	0,34	9,72	0,1156	94,4784	3,3048	10,06	101,2036
85	0,35	9,78	0,1225	95,6484	3,4230	10,13	102,6169
86	0,40	9,79	0,1600	95,8441	3,9160	10,19	103,8361
87	0,33	9,81	0,1089	96,2361	3,2373	10,14	102,8196
88	0,36	9,81	0,1296	96,2361	3,5316	10,17	103,4289
89	0,40	9,84	0,1600	96,8256	3,9360	10,24	104,8576
90	0,34	9,84	0,1156	96,8256	3,3456	10,18	103,6324
91	0,37	9,86	0,1369	97,2196	3,6482	10,23	104,6529
92	0,35	9,90	0,1225	98,0100	3,4650	10,25	105,0625
93	0,37	9,94	0,1369	98,8036	3,6778	10,31	106,2961
94	0,40	9,94	0,1600	98,8036	3,9760	10,34	106,9156
95	0,36	9,99	0,1296	99,8001	3,5964	10,35	107,1225
96	0,36	10,00	0,1296	100,0000	3,6000	10,36	107,3296
97	0,38	10,05	0,1444	101,0025	3,8190	10,43	108,7849
98	0,41	10,04	0,1681	100,8016	4,1164	10,45	109,2025
99	0,41	10,12	0,1681	102,4144	4,1492	10,53	110,8809
100	0,40	10,19	0,1600	103,8361	4,0760	10,59	112,1481
101	0,40	10,22	0,1600	104,4484	4,0880	10,62	112,7844
102	0,40	10,27	0,1600	105,4729	4,1080	10,67	113,8489

Nr.	x	y	x^2	y^2	xy	$x+y$	$(x+y)^2$
103	0,40	10,32	0,1600	106,5024	4,1280	10,72	114,9184
104	0,45	10,27	0,2025	105,4729	4,6215	10,72	114,9184
105	0,43	10,46	0,1849	109,4116	4,4978	10,89	118,5921
106	0,43	10,51	0,1849	110,4601	4,5193	10,94	119,6836
107	0,43	10,56	0,1849	111,5136	4,5408	10,99	120,7801
108	0,46	10,71	0,2116	114,7041	4,9266	11,17	124,7689
109	0,47	10,77	0,2209	115,9929	5,0619	11,24	126,3376
110	0,45	10,81	0,2025	116,8561	4,8645	11,26	126,7876
111	0,50	10,05	0,2500	101,0025	5,0250	10,55	111,3025
112	0,50	10,62	0,2500	112,7844	5,3100	11,12	123,6544
113	0,52	10,63	0,2704	112,9969	5,5276	11,15	124,3225
114	0,50	10,85	0,2500	117,7225	5,4250	11,35	128,8225
115	0,62	10,83	0,3844	117,2889	6,7146	11,45	131,1025
116	0,51	10,92	0,2601	119,2464	5,5692	11,43	130,6449
117	0,50	10,96	0,2500	120,1216	5,4800	11,46	131,3316
118	0,52	10,96	0,2704	120,1216	5,6992	11,48	131,7904
119	0,50	10,99	0,2500	120,7801	5,4950	11,49	132,0201
120	0,50	11,03	0,2500	121,6609	5,5150	11,53	132,9409
121	0,53	11,03	0,2809	121,6609	5,8459	11,56	133,6336
122	0,55	11,05	0,3025	122,1025	6,0775	11,60	134,5600
123	0,58	11,05	0,3364	122,1025	6,4090	11,63	135,2569
124	0,53	11,07	0,2809	122,5449	5,8671	11,60	134,5600
125	0,51	11,11	0,2601	123,4321	5,6661	11,62	135,0244
126	0,66	11,89	0,4356	141,3721	7,8474	12,55	157,5025
127	0,55	11,12	0,3025	123,6544	6,1160	11,67	136,1889
128	0,60	11,12	0,3600	123,6544	6,6720	11,72	137,3584
129	0,71	11,28	0,5041	127,2384	8,0088	11,99	143,7601
130	0,80	11,28	0,8400	127,2384	9,0240	12,08	145,9264
131	0,55	11,22	0,3025	125,8884	6,1710	11,77	138,5329
132	0,55	11,26	0,3025	126,7876	6,1930	11,81	139,4761
133	0,57	11,28	0,3249	127,2384	6,4296	11,85	140,4225
134	0,57	11,32	0,3249	128,1424	6,4524	11,89	141,3721
135	0,57	11,36	0,3279	129,0496	6,4752	11,93	142,3249
136	0,57	11,40	0,3279	129,9600	6,4980	11,97	143,2809
137	0,58	11,43	0,3364	130,6449	6,6294	12,01	144,2401
138	0,60	11,47	0,3600	131,5609	6,8820	12,07	145,6849
139	0,60	11,51	0,3600	132,4801	6,9060	12,11	146,6521
140	0,70	11,59	0,4900	134,3281	8,1130	12,29	151,0441
141	0,70	11,55	0,4900	133,4025	8,0850	12,25	150,0625
142	0,63	11,63	0,3969	135,2569	7,3269	12,26	150,3076
143	0,61	11,66	0,3721	135,9556	7,1126	12,27	150,5529
144	0,74	11,61	0,5476	134,7921	8,5914	12,35	152,5225
145	0,72	11,60	0,5184	134,5600	8,3520	12,38	153,2644
146	0,78	11,66	0,6084	135,9556	9,0948	12,44	154,7536
147	0,75	11,70	0,5625	136,8900	8,7750	12,45	155,0025
148	0,65	11,69	0,4225	136,6561	7,5985	12,34	152,2756
149	0,65	11,75	0,4225	138,0625	7,6375	12,40	153,7600
150	0,65	11,79	0,4225	139,0041	7,6635	12,44	154,7536
151	0,78	11,84	0,6084	140,1856	9,2352	12,62	159,2644
152	0,75	11,82	0,5625	139,7124	8,8650	12,57	158,0049
153	−0,09	12,72	0,0081	161,7984	−1,1448	12,63	159,5169

Nr.	x	y	x^2	y^2	xy	$x+y$	$(x+y)^2$
154	0,70	12,01	0,4900	144,2401	8,4070	12,71	161,5441
155	0,65	12,05	0,4225	145,2025	7,8325	12,70	161,2900
156	0,69	12,09	0,4761	146,1681	8,3421	12,78	163,3284
157	0,72	12,10	0,5184	146,4100	8,7120	12,82	164,3524
158	0,72	12,10	0,5184	146,4100	8,7120	12,82	164,3524
159	0,81	12,10	0,6561	146,4100	9,8010	12,91	166,6681
160	0,74	12,14	0,5476	147,3796	8,9836	12,88	165,8944
161	0,72	12,19	0,5184	148,5961	8,7768	12,91	166,6681
162	0,70	12,23	0,4900	149,5729	8,5610	12,93	167,1849
163	0,75	12,23	0,5625	149,5729	9,1725	12,98	168,4804
164	0,78	12,24	0,6084	149,8176	9,5472	13,02	169,5204
165	0,71	12,27	0,5041	150,5529	8,7117	12,98	168,4804
166	0,76	12,29	0,5776	151,0441	9,3404	13,05	170,3025
167	0,73	12,31	0,5329	151,5361	8,9863	13,04	170,0416
168	0,85	12,34	0,7225	152,2756	10,4890	13,19	173,9761
169	0,78	12,33	0,6084	152,0289	9,6174	13,11	171,8721
170	0,75	12,70	0,5625	161,2900	9,5250	13,45	180,9025
171	0,76	12,42	0,5776	154,2564	9,4392	13,18	173,7124
172	0,75	12,52	0,5625	156,7504	9,3900	13,27	176,0929
173	0,78	12,53	0,6084	157,0009	9,7734	13,31	177,1561
174	0,78	12,71	0,6084	161,5441	9,9138	13,49	181,9801
175	0,85	12,77	0,7225	163,0729	10,8545	13,62	185,5044
176	0,84	12,87	0,7056	165,6369	10,8108	13,71	187,9641
177	0,81	12,94	0,6561	167,4436	10,4814	13,75	189,9625
178	0,90	12,92	0,8100	166,9264	11,6280	13,82	190,9924
179	0,92	12,97	0,8464	168,2209	11,9324	13,89	192,9321
180	1,05	12,35	1,1025	152,5225	12,9675	13,40	179,5600
181	0,97	13,44	0,9409	180,6336	13,0368	14,41	207,6481
182	0,93	13,11	0,8649	171,8721	12,1923	14,04	197,1216
183	0,98	13,20	0,9604	174,2400	12,9360	14,18	201,0724
184	0,90	13,29	0,8100	176,6241	11,9610	14,19	201,3561
185	0,95	13,35	0,9025	178,2225	12,6825	14,30	204,4900
186	0,90	13,52	0,8100	182,7904	12,1680	14,42	207,9364
187	0,90	13,60	0,8100	184,9600	12,2400	14,50	210,2500
188	0,98	13,57	0,9604	184,1449	13,1629	14,55	211,7025
189	0,95	13,60	0,9025	184,9600	12,9200	14,55	211,7025
190	0,98	13,63	0,9604	185,7769	13,3574	14,61	213,4521
191	0,95	13,66	0,9025	186,5956	12,9770	14,61	213,4521
192	0,54	13,35	0,2916	178,2225	7,2090	13,89	192,9321
193	0,51	13,88	0,2601	192,6544	7,0788	14,39	207,0721
194	1,00	14,00	1,0000	196,0000	14,0000	15,00	225,0000
195	1,07	13,21	1,1449	174,5041	14,2417	14,28	203,9184
196	1,01	13,27	1,0201	176,0929	13,4027	14,28	203,9184
197	1,02	13,32	1,0404	177,4224	13,5864	14,34	205,6356
198	1,00	13,43	1,0000	180,3649	13,4300	14,43	208,2249
199	0,99	13,45	0,9801	180,9025	13,3155	14,44	208,5136
200	0,99	13,48	0,9801	181,7104	13,3452	14,47	209,3809
201	1,12	13,56	1,2544	183,8736	15,1872	14,68	215,5024
202	1,02	13,59	1,0404	184,6881	13,8618	14,61	213,4521
203	1,30	13,69	1,6900	187,4161	17,7970	14,99	224,7001
204	1,10	13,72	1,2100	188,2384	15,0920	14,82	219,6324

Nr.	x	y	x^2	y^2	xy	$x+y$	$(x+y)^2$
205	1,16	13,87	1,3456	192,3769	16,0892	15,03	225,9009
206	1,68	13,42	2,8224	180,0964	21,8746	15,10	228,0100
207	0,20	14,93	0,4000	222,9049	2,9860	15,13	228,9169
208	0,96	14,55	0,9216	211,7025	13,9680	15,51	240,5601
209	1,17	14,08	1,3689	198,2464	16,4736	15,25	232,5625
210	1,25	14,13	1,5625	199,6569	17,6625	15,38	236,5444
211	1,36	14,31	1,8496	204,7761	19,4616	15,67	245,5489
212	1,05	14,26	1,1025	203,3476	14,9730	15,31	234,3961
213	1,06	14,35	1,1236	205,9225	15,2110	15,41	237,4681
214	1,10	14,56	1,2100	211,9936	16,0160	15,66	245,2356
215	1,10	14,62	1,2100	213,7444	16,0820	15,72	247,1184
216	1,15	14,65	1,3225	214,6225	16,8475	15,70	246,4900
217	1,02	14,71	1,0404	216,3841	15,0042	15,73	247,4329
218	1,37	14,62	1,8769	213,7444	20,0294	15,99	255,6801
219	1,40	14,70	1,9600	216,0900	20,5800	16,10	259,2100
220	1,41	14,85	1,9881	220,5225	20,9385	16,26	264,3876
221	1,35	14,70	1,8225	216,0900	19,8450	16,05	257,6025
222	1,30	14,81	1,6900	219,3361	19,2530	16,11	259,5321
223	1,25	14,80	1,5625	219,0400	18,5000	16,05	257,6025
224	1,18	14,79	1,3924	218,7441	17,4522	15,97	255,0409
225	1,25	15,00	1,5625	225,0000	18,7500	16,25	264,0625
226	1,16	15,11	1,3456	228,3121	17,5276	16,27	264,7129
227	1,20	15,13	1,4400	228,9169	18,1560	16,33	266,6689
228	1,25	15,27	1,5625	233,1729	19,0875	16,52	272,9104
229	1,33	15,32	1,7689	234,7024	20,3756	16,65	277,2225
230	1,36	15,36	1,8496	235,9296	20,8896	16,72	279,5584
231	1,27	15,38	1,6129	236,5444	19,5326	16,65	272,9104
232	1,26	15,40	1,5876	237,1600	19,4040	16,66	277,5556
233	1,23	15,47	1,5129	239,3209	19,0281	16,70	278,8900
234	1,16	15,46	1,3456	239,0116	17,9336	16,62	276,2244
235	1,07	15,47	1,1449	239,3209	16,5529	16,54	273,7116
236	1,10	15,66	1,2100	245,2356	17,2260	16,76	280,8976
237	1,10	15,71	1,2100	246,8041	17,2810	16,81	282,5761
238	1,42	15,45	2,0164	238,7025	21,9390	16,87	284,5969
239	1,47	15,51	2,1609	240,5601	22,7997	16,98	288,3204
240	1,41	15,63	1,9881	244,2969	22,0383	17,04	390,3616
241	1,33	15,67	1,7689	245,5489	20,8411	17,00	289,0000
242	1,46	15,80	2,1316	249,6400	23,0680	17,26	297,9076
243	1,41	15,79	1,9881	249,3241	22,2639	17,20	295,8400
244	1,31	15,82	1,7161	256,2724	20,7242	17,13	293,4369
245	1,34	15,78	1,7956	249,0084	21,1452	17,12	293,0944
246	1,26	15,72	1,5876	247,1184	19,8072	16,98	288,3204
247	1,25	15,82	1,5625	250,2724	19,7750	17,07	291,3849
248	1,52	15,08	2,3104	227,4064	22,9216	16,60	275,5600
249	1,57	15,33	2,4649	235,0089	24,0681	16,90	285,6100
250	1,52	15,52	2,3104	240,8704	23,5904	17,04	290,3616
251	1,51	15,54	2,2801	241,4916	23,4654	17,05	290,7025
252	1,53	15,69	2,3409	246,1761	24,0057	17,22	296,5284
253	1,50	15,81	2,2500	249,9561	23,7150	17,31	299,6361
254	1,26	16,07	1,5876	258,2449	20,2482	17,33	300,3289
255	1,41	16,21	1,9881	262,7641	22,8561	17,62	310,4644

Nr.	x	y	x^2	y^2	xy	$x+y$	$(x+y)^2$
256	1,42	16,28	2,0164	265,0384	23,1176	17,70	313,2900
257	1,41	16,55	1,9881	273,9025	23,3355	17,96	322,5616
258	1,41	16,59	1,9881	275,2281	23,3919	18,00	324,0000
259	1,40	16,61	1,9600	275,8921	23,2540	18,01	324,3601
260	1,35	16,72	1,8225	279,5584	22,5720	18,07	326,5249
261	1,30	16,76	1,6900	280,8976	21,7880	18,06	326,1636
262	1,52	16,28	2,3104	265,0384	24,7456	17,80	316,8400
263	1,50	16,48	2,2500	271,5904	24,7200	17,98	323,2804
264	1,69	17,06	2,8561	291,0436	28,8314	18,75	351,5625
Sume:	160,42	2962,66	166,2782	35888,7082	2185,1674	3123,08	40425,3212

Cu ajutorul sumelor de mai sus se obține:

(3) $$\tilde{x} = 160{,}42 : 264 = 0{,}61\,; \quad \tilde{y} = 2962{,}66 : 264 = 11{,}22.$$

Abaterile sînt aici:

(4) $$\sigma_x = \sqrt{0{,}6353 - 0{,}3721} = \sqrt{0{,}2632} = \pm\, 0{,}51$$
$$\sigma_y = \sqrt{135{,}9420 - 125{,}8884} = \sqrt{10{,}0536} = \pm\, 3{,}17\,,$$

iar momentul μ_{11}:

(5) $$\mu_{11} = 2185\ 1674 : 264 - 0{,}61 \times 11{,}22 = 1{,}4330\,.$$

De aici rezultă, pentru coeficientul corelației liniare r, valoarea

(6) $$r = 1{,}4330 : (0{,}51 \times 3{,}17) = 0{,}89\,.$$

Ecuațiile regresiilor vor fi date de:

(7) $$\tilde{y} - 11{,}22 = 5{,}53\,(x - 0{,}61)\,,$$
$$\tilde{x} - 0{,}61 = 0{,}15\,(y - 11{,}22)\,.$$

Se vede că punctul de coordonate (0,61: 11,22) este centrul corelației considerate. Cele două drepte (7) formează între ele un unghi suficient de mic ca să putem conchide că între indicele de culoare și magnitudinea fotografică există, la Pleiade, o legătură corelativă destul de strînsă. Dacă se consideră și bisectoarea acestui unghi, se poate observa că majoritatea punctelor diagramei se distribuie în apropierea bisectoarei. Ecuația acestei drepte este

(8) $$y = 6{,}07\,x + 7{,}42\,.$$

Ecuația (8) poate servi la calculul magnitudinii fotografice dacă se cunoaște indicele de culoare sau, invers, a indicelui de culoare din magnitudine foto rafică.

Într-o altă lucrare [2] am găsit pentru Pleiade $r = 0{,}92$. Valoarea găsită mai sus ($r = 0{,}89$) trebuie să fie considerată drept mai exactă, dată fiind precizia mai mare a metodei folosite.

Observatorul Astronomic
al Universității din Iași

BIBLIOGRAFIE

1. Бархатова К. А. — *Атлас диаграмм цвет-светимость*. Изд. Ак. Наук СССР. Moscova, 1961, Planşa 12.
2. Nadolschi V., Vilceanu V. — *Consideraţii statistice asupra roiurilor stelare deschise*. An. şt. Univ. Iaşi.
3. Романовский В. И. — *Математическая статистика*, кн. I, Ташкент, 1961; p. 547—555; 575—579.
4. Агекян Т. А. и др. — *Курс астрофизики и звездной астрономии*, т. II, Moscova, 1962: p. 431—434; 578—587.

TRANSFORMĂRI DE SISTEME FOTOMETRICE (II). EXPRIMAREA MAGNITUDINILOR STELELOR DIN CATALOGUL „ATLAS COELI" BEČVAR ÎN SISTEMELE FOTOMETRICE ALE CATALOGULUI ARIZONA-TONANTZINTLA (UBVRI)

DE

V. NADOLSCHI, A. DĂNILĂ şi A. ILIESCU

1. Justificarea teoretică a metodei folosite în prezenta lucrare este identică cu cea din [1]. În cazul de faţă folosirea acestei metode este şi mai recomandabilă decît în cazul considerat în [1] întrucît cele cinci domenii spectrale U, B, V, R, I ale sistemelor fotometrice din catalogul [3] sînt mult mai înguste decît cele trei domenii: fotografic, fotovizual şi fotoroşu ale catalogului Kiev-1962, adică apropierea de cazul ideal monocromatic — singurul în care relaţiile de transformare sînt riguroase — este mai mare decît în [1].

Ambele cataloage luate în consideraţie în prezenta lucrare se referă la stelele luminoase: A. Catalogul lui „Atlas Coeli" al lui Bečvar [2] conţine 6362 de stele pînă la magnitudinea vizuală = 6,25, adică toate stelele vizibile cu ochiul liber în ambele emisfere cereşti. Magnitudinile vizuale sînt date în sistemul RHP (Revised Harvard Photometry) cu precizia $0^m,01$. B. Catalogul „The Arizona-Tonantzintla Catalogue" este alcătuit pe baza observaţiilor efectuate cu fotometre fotoelectrice cu filtre la National Astrophysical Observatory, Tonantzintla-Mexic şi la Lunar and Planetary Laboratory of the University of Arizona, Tucson-SUA. Acest catalog [3] conţine 1325 de stele luminoase cu magnitudini vizuale (în sistemul V al catalogului) pînă la $6^m,30$ (dacă se face abstracţie de cîteva stele mai slabe). Se poate considera deci că intervalele fotometrice ale cataloagelor [2] şi [3] sînt identice. Precizia fiind şi ea aceeaşi, ne putem aştepta la o foarte bună precizie a rezultatelor transformărilor. Utilitatea astrofizică a obţinerii magnitudinilor tuturor stelelor luminoase în cinci sisteme fotometrice cvasi-monocromatice este, pe de altă parte, evidentă.

2. Din [3] s-au ales 200 de stele pentru care s-au calculat magnitudinile notate cu U (ultraviolete), B (albastre), V (vizuale), R (roşii) şi I (infraroşii), deoarece în [3] sînt date numai magnitudinile V şi indicii de culoare în sensul: U — V, B — V, V — R şi V — I. Cu aceste date s-au format ecuaţiile de condiţie:

$$
\begin{aligned}
m_i &= a_1 + b_1 V_i + c_1 U_i, \\
m_i &= a_2 + b_2 V_i + c_2 B_i, \\
m_i &= a_3 + b_3 V_i + c_3 R_i, \quad (i = 1,2,\ldots\ldots,200). \qquad (1) \\
m_i &= a_4 + b_4 V_i + c_4 I_i, \\
m_i &= a_5 + b_5 U_i + c_5 R_i,
\end{aligned}
$$