Analele ştiinţifice ale Universităţii „Al. I. Cuza" din Iaşi
Tomul XXI, s. I a, 1975

УСТОЙЧИВЫЕ ПО ПУАССОНУ РЕШЕНИЯ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ С ПОСЛЕДЕЙСТВИЕМ

В. К. ДУБОЛАРЬ

В настоящей заметке устанавливаются условия существования устойчивых по Пуассону решений неавтономных дифференциальных уравнений с последействием в банаховом пространстве. В частности, указан признак существования почти периодических решений таких уравнений. При этом не предполагается выполнение условий, обеспечивающих единственность решений.

Ниже, при изучении указанных уравнений широко используются результаты топологической динамики [1]. Применение топологической динамики к исследованию неавтономных дифференциальных уравнений с последействием всегда возможно благодаря наличию тесной связи между свойствами решений рассматриваемых уравнений и свойствами движений некоторой абстрактной полугрупповой динамической системы*) сдвигов, определенной в пространстве непрерывных на вещественной полуоси $T_r = [r, +\infty)$ функций. Используемый здесь метод включения решений изучаемых уравнений в динамическую систему сдвигов был применен ранее в [2, 3] при исследовании рекуррентных и устойчивых по Пуассону решений обыкновенных дифференциальных уравнений.

Результаты этой заметки сообщались автором в августе 1973 г. на топологическом симпозиуме в г. Тирасполе [4] и в октябре 1973 г. на коллоквиуме по дифференциальных уравнениям в г. Яссы.

1. Введем необходимые для дальнейшего понятия и обозначения.

Пусть E-банахово пространство, r-отрицательное число. Символом $C(T_r : E)$ будем обозначать метрическое пространство, состоящее из множества всех непрерывных отображений полупрямой T_r в E с метрикой ρ, определяемой по формуле

$$\rho(f, g) = \sup_{l>0} \min \left\{ \sup_{r \leq t \leq l} \| f(t) - g(t) \|, \frac{1}{l} \right\} \tag{1}$$

для любых f и g из $C(T_r ; E)$. Формула (1) представляет собой видоизменение формулы М. В. Бебутова [5], введенной им для метризации множества всех непрерывных отображений вещественной прямой в себя. Так же, как в [6], можно показать, что $\rho(f, g) < \varepsilon$ тогда и только тогда, когда $\sup\limits_{r \leq t \leq r+1/\varepsilon} \|f(t) - g(t)\| < \varepsilon$. Отсюда следует, что пространство $C(T_r ; E)$ полно, а сходимость в нем есть равномерная сходимость функций на каждом конечном отрезке, содержащемся в T_r.

Пусть $f \in C(T_r; E)$ и $\tau \in T = [0, +\infty)$. Символом f^τ будем обозначать функцию пространства $C(T_r ; E)$, определенную равенством $f^\tau(t) = f(t+\tau)$ для всех $t \in T_r$, а символом $f(T_r)$—множество значений функции f, т. е. $f(T_r) = \{f(t) : t \in T_r\}$.

---

*) Полугрупповой динамической системой называется упорядоченная пара (R, γ), где R-метрическое пространство, а γ-непрерывное отображение произведения $R \times T$ в R, $T = [0, +\infty)$, обладающее свойствами $\gamma(P, 0) = P$ и $\gamma(\gamma(P, t_1), t_2) = \gamma(P, t_1 + t_2)$ для любых $P \in R$, $t_1 \in T$, $t_2 \in T$. Все понятия и теоремы групповых динамических систем [1], используемые в этой статье, распространяются аналогичным образом и на полугрупповые динамические системы.

Обозначим через σ отображение произведения $C(T_r; E)\times T$ в $C(T_r; E)$, определенное условием $\sigma(f, t)=f^t$ при любых $f\in C(T_r; E)$ и $t\in T$. Для каждой функции $f\in C(T_r; E)$ выполняется равенство $\sigma(f, 0)=f$. Кроме того, $\sigma(\sigma(f, t_1), t_2)=\sigma(f, t_1+t_2)$ для любых точек t_1 и t_2 из T. Можно показать (см. [6]), что σ-непрерывное отображение. Следовательно, пара $(C(T_r; E), \sigma)$

— полугрупповая динамическая система, которую в дальнейшем назовем системой сдвигов. Далее, для каждой функции $f\in C(T_r; E)$ введем обозначения: $\sigma(f, .)$-движение системы сдвигов $(C(T_r; E), \sigma)$, определенное условием $\sigma(f, 0)=f$; Σ_f — траектория движения $\sigma(f, .)$, т. е. множество $\{f^t : t\in T\}$; $\overline{\Sigma}_f$ — замыкание множества Σ_f в пространстве $C(T_r; E)$; Ω_f — ω — предельное множество движения $\sigma(f, .)$.

Пусть $f\in C(T_r; E)$. Функцию $g\in C(T_r; E)$ назовем ω-предельным образом функции f, если существует такая сходящаяся к $+\infty$ последовательность $\{t_n\}$ чисел из T, что соответствующая ей последовательность $\{f^{t_n}\}$ функций пространства $C(T_r; E)$ сходится к g. Отсюда следует, что g является ω-предельным образом функции f тогда и только тогда, когда $g\in\Omega_f$.

Пусть $S=[r, 0]$. Символом $C(S; E)$ будем обозначать метрическое пространство, состоящее из всех непрерывных отображений отрезка S в E с метрикой равномерной сходимости на S. Для каждой функции $f\in C(T_r; E)$ и каждого $\tau\in T$ через f_τ будем обозначать функцию пространства $C(S; E)$ определенную равенством $f_\tau(s)=f(\tau+s)$ при всех $s\in S$.

Аналогично, как и выше, определяется метрическое пространство функций двух переменных $C(T\times\Phi; E)$, где Φ-компакт из $C(S; E)$, и соответствующая полугрупповая динамическая система сдвигов $(C(T\times\Phi; E), \sigma)$. При этом пространство $C(T\times\Phi; E)$ полное и сходимость в нем есть равномерная сходимость функций на произведении $L\times\Phi$, где L — произвольный конечный отрезок из T.

2°. Рассмотрим дифференциальное уравнение с последействием

$$\frac{dx}{dt}=F(t, x_t), \tag{2}$$

где $F\in C(T\times\Phi; E)$, а Φ-компакт из $C(S; E)$. Решением уравнения (2) называется дифференцируемая на T функция $f\in C(T_r; E)$, удовлетворяющая при каждом $t\in T$ условиям: $f_t\in\Phi$ и

$$\frac{df(t)}{dt}=F(t, f_t).$$

Заметим, что в силу теоремы Асколи объединение

$$\bigcup_{\varphi\in\Phi}\varphi(S)=K$$

есть некоторый компакт пространства E. Отсюда, если f есть решение уравнения (2), то

$$f(T_r)=\bigcup_{t\in T} f_t(S)\subset\bigcup_{\varphi\in\Phi}\varphi(S)=K,$$

т. е. множество значений любого решения уравнения (2) содержится в компакте K из E. На основании той же теоремы Асколи заключаем, что всякое решение уравнения (2) равномерно непрерывно на полупрямой T_r. Следовательно, если Φ-компакт из $C(S; E)$, то любое решение уравнения (2) устойчиво по Лагранжу (см. [7], стр. 79).

В дальнейшем нам потребуется следующая лемма, доказанная в [8].

Лемма 1. *Пусть Φ-компакт из $C(S; E)$, $\{H_n\}$-сходящаяся последовательность функций пространства $C(T\times\Phi; E)$ и $H=\lim\limits_{n\to\infty}H_n$. Предположим, что для каждого натурального n существует решение h_n дифференциального уравнения с последействием*

$$\frac{dx}{dt}=H_n(t, x_t).$$

Тогда множество $\{h_n : n=1, 2,\ldots\}$ компактно в пространстве $C(T_r; K)$ и предел любой сходящейся $C(T_r; K)$ подпоследовательности последовательности $\{h_n\}$ есть решение дифференциального уравнения с последействием

$$\frac{dx}{dt}=H(t, x_t).$$

На основании леммы 1 доказывается

Лемма 2. *Предположим, что существует решение f уравнения (2). Тогда, какова бы ни была функция $Q\in\overline{\Sigma}_F$, существует решение q дифференциального уравнения с последействием*

$$\frac{dx}{dt}=Q(t, x_t), \tag{3}$$

принадлежащее множеству $\overline{\Sigma}_f$ и удовлетворяющее условию $q(T_r)\subset \overline{f(T_r)}$.

Доказательство. Пусть f-решение уравнения (2) и $Q\in\overline{\Sigma}_F$. Найдется такая последовательность $\{\tau_n\}$ чисел из T, что $\lim\limits_{n\to\infty}F^{\tau_n}=Q$. При каждом натуральном n функция f^{τ_n} есть решение дифференциального уравнения с последействием

$$\frac{dx}{dt}=F^{\tau_n}(t, x_t).$$

На основании леммы 1, предел любой сходящейся подпоследовательности последовательности $\{f^{\tau_n}\}$ есть решение уравнения (3).

Пусть $\{f^{\tau_{n_k}}\}$ — сходящаяся подпоследовательность последовательности $\{f^{\tau_n}\}$ и $q=\lim\limits_{k\to\infty}f^{\tau_{n_k}}$. Функция q является решением уравнения (3), принадлежащим множеству $\overline{\Sigma}_f$. Так как при любом $t\in T_r$ выполняются соотношения

$$q(t)=\lim_{k\to\infty}f^{\tau_{n_k}}(t)=\lim_{k\to\infty}f(t+\tau_{n_k})\in\overline{f(T_r)},$$

то $q(T_r)\subset\overline{f(T_r)}$. Лемма доказана.

Решение f уравнения (2) называется устойчивым по Пуассону, если для любой пары чисел $\varepsilon>0$ и $l>0$ существует такое $\tau>l$, при котором

$$\sup_{r\leqslant t\leqslant r+1/\varepsilon}\|f(t+\tau)-f(t)\|<\varepsilon,$$

т. е. если движение $\sigma(f, .)$ системы сдвигов $(C(T_r; K), \sigma)$ устойчиво по Пуассону.

Функцию $H\in C(T\times\Phi; E)$ назовем устойчивой по Пуассону по переменной t равномерно относительно φ на компакте Φ, если для всякой пары чисел $\varepsilon>0$ и $l>0$ найдется такое $\tau>l$, при котором

$$\sup_{\substack{0\leqslant t\leqslant 1/\varepsilon\\ \varphi\in\Phi}}\|H(t+\tau, \varphi)-H(t, \varphi)\|<\varepsilon.$$

Из этого определения следует, что если функция $H\in C(T\times\Phi; E)$ устойчива по Пуассону, то существует такая сходящаяся к $+\infty$ последовательность $\{t_n\}$ чисел из T, для которой.

$$\lim_{n\to\infty}H^{t_n}=H.$$

Теорема 1. *Предположим, что правая часть F уравнения (2) устойчива по Пуассону по переменной t равномерно относительно φ на компакте Φ. Если уравнение (2) допускает хотя бы одно решение f, то, какова бы ни была функция $G \in \Sigma_F$, существует устойчивое по Пуассону решение дифференциального уравнения с последействием*

$$\frac{dx}{dt} = G(t, x_t), \tag{4}$$

являющееся ω-предельным образом функции f и принимающее значения в компакте $\overline{f(T_r)}$.

Доказательство. Методом трансфинитной индукции построим последовательность

$$g_1, g_2, \ldots, g_n, g_{n+1}, \ldots, g_\nu, g_{\nu+1} \ldots \tag{5}$$

решений уравнения (4), занумерованных всеми порядковыми числами первого и второго классов, удовлетворяющую следующим двум условиям:

1) для любого порядкового числа μ первого или второго класса, решение $g_{\mu+1}$ является ω-предельным образом решения g_μ, т. е. $g_{\mu+1} \in \Omega_{g_\mu}$;

2) $\overline{\Sigma}_{g_1} \supset \overline{\Sigma}_{g_2} \supset \cdots \supset \overline{\Sigma}_{g_n} \supset \overline{\Sigma}_{g_{n+1}} \supset \cdots \supset \overline{\Sigma}_{g_\nu} \supset \overline{\Sigma}_{g_{\nu+1}} \supset \cdots$

Пусть f — решение уравнения (2) и G — произвольная функция из Σ_F. Найдется такое $\tau \in T$, что $G = F^\tau$. Функция $h = f^\tau$ является решением уравнения (4). Так как F устойчива по Пуассону по переменной t равномерно относительно φ на компакте Φ, то этим свойством обладает и функция G. Поэтому найдется сходящаяся к $+\infty$ последовательность $\{\tau_n\}$ чисел из T, для которой $\lim\limits_{n\to\infty} G^{\tau_n} = G$. При каждом натуральном n функция h^{τ_n} является решением дифференциального уравнения с последействием

$$\frac{dx}{dt} = G^{\tau_n}(t, x_t). \tag{6}$$

На основании леммы 1, предел любой сходящейся подпоследовательности последовательности $\{h^{\tau_n}\}$ является решением уравнения (4). Один из этих пределов и выберем в качестве функции g_1. При таком выборе g_1 выполняется следующее условие $g_1 \in \Omega_h \subset \Omega_f$.

Пусть λ — порядковое число первого или второго класса. Допустим, что в последовательности (5) определены все функции g_μ для любого порядкового числа $\mu < \lambda$. Определим g_λ.

Пусть число λ изолировано. Тогда во множестве всех порядковых чисел, меньших чем λ, существует наибольшее число. Обозначим его через α. Значит $\lambda = \alpha + 1$. Согласно индуктивному предположению, функция g_α является решением уравнения (4). Поэтому при каждом натуральном n функция $g_\alpha^{\tau_n}$ является решением уравнения (6). В силу леммы 1 из последовательности $\{g_\alpha^{\tau_n}\}$ можно выделить сходящуюся подпоследовательность $\{g_\alpha^{\tau_{n_k}}\}$, предел которой есть решение уравнения (4). Определим функцию g_λ, положив $g_\lambda = \lim\limits_{k\to\infty} g_\alpha^{\tau_{n_k}}$. Так как $\lim\limits_{k\to\infty} \tau_{n_k} = +\infty$, то g_λ является ω-предельным образом функции g_α, т. е. $g_\lambda \in \Omega_{g_\alpha}$. Из включений $g_\lambda \in \Omega_{g_\alpha} \subset \overline{\Sigma}_{g_\alpha}$ следует, что $\overline{\Sigma}_{g_\lambda} \subset \overline{\Sigma}_{g_\alpha}$.

Предположим теперь, что число λ-предельное. Тогда существует счетная последовательность $\{\alpha_n\}$ возрастающих порядковых чисел, меньших чем λ, имеющая число λ своим пределом. Рассмотрим последовательность $\{g_{\alpha_n}\}$ решений уравнения (4). На основании леммы 1, из последовательности $\{g_{\alpha_n}\}$ можно выделить сходящуюся

подпоследовательность, предел которой есть решенене уравнения (4). Такой предел и выберем в качестве g_λ. В дальбейшем, чтобы не усложнять обозначений, будем считать, что сама последовательность $\{g_{\alpha_n}\}$ сходится, а g_λ-ее предел. Покажем, что для любого порядкового числа α, меньшего чем λ, выполняется включение $\overline{\Sigma}_{g_\lambda} \subset \overline{\Sigma}_{g_\alpha}$. Действительно, пусть $\alpha < \lambda$. Так как λ-предельное порядковое число, а последовательность $\{\alpha_n\}$ сходится к λ, найдется такое натуральное число p, что $\alpha < \alpha_p < \lambda$. Поскольку последовательность $\{\alpha_n\}$ возрастающая, в силу индуктивного предположения при всех $n \geqslant p$ выполняется соотношение $\overline{\Sigma}_{g_{\alpha_n}} \subset \overline{\Sigma}_{g_\alpha}$. Отсюда, $g_{\alpha_n} \in \overline{\Sigma}_{g_\alpha}$ при всех $n \geqslant p$. Следовательно и g_λ, как предел последовательности $\{g_{\alpha_n}\}$, принадлежит множеству $\overline{\Sigma}_{g_\alpha}$. Из включения $g_\lambda \in \overline{\Sigma}_{g_\alpha}$ следует, что $\overline{\Sigma}_{g_\lambda} \subset \overline{\Sigma}_{g_\alpha}$.

Таким образом, последовательность (5), удовлетворяющая условиям 1) и 2), построена. Покажем, что среди решений уравнения (4), входящих в последовательность (5), существуют устойчивые по Пуассону. Действительно, поскольку K-компакт, пространство $C(T_r; K)$ сепарабельно (см. [9], стр. 274). Учитывая условие 2), на основании теоремы Бэра-Хаусдорфа заключаем, что найдется такое λ, при котором выполняются соотношения.

$$\overline{\Sigma}_{g_\lambda} = \overline{\Sigma}_{g_{\lambda+1}} = \cdots$$

Согласно условию 1), $g_{\lambda+1} \in \Omega_{g_\lambda}$, откуда $\overline{\Sigma}_{g_{\lambda+1}} \subset \Omega_{g_\lambda}$. С другой стороны, из равенства $\overline{\Sigma}_{g_\lambda} = \overline{\Sigma}_{g_{\lambda+1}}$ следует, что $g_\lambda \in \overline{\Sigma}_{g_{\lambda+1}}$. Таким образом, $g_\lambda \in \Omega_{g_\lambda}$. Последнее означает, что решение g_λ уравнения (4) устойчиво по Пуассону. Кроме того, $g_1 \in \Omega_f$. Действительно, $g_1 \in \Omega_f$ и, следовательно, $\Sigma_{g_1} \subset \Omega_f$. Отсюда, учитывая условие 2), $g_\lambda \in \overline{\Sigma}_{g_\lambda} \subset \overline{\Sigma}_{g_1} \subset \Omega_f$.

Остается показать, что $\overline{g_\lambda(T_r)} \subset \overline{f(T_r)}$. Но это следует из включения $g_\lambda \in \Omega_f$. Теорема доказана.

Следствие. Предположим, что правая часть F уравнения (2) устойчива по Пуассону по переменной t равномерно относительно φ на компакте Φ. Если уравнение (2) допускает хотя бы одно решение f, то существует устойчивое по Пуассону решение этого уравнения, являющееся ω-предельным образом функции f и принимающее значения в компакте $\overline{f(T_r)}$.

Решение $f \in C(T_r; K)$ уравнения (2) называется **равномерно** устойчивым по Ляпунову, если для любого $\varepsilon > 0$, существует такое $\delta(\varepsilon) > 0$, что при любых $\tau_1 \in T$ $\tau_2 \in T$ удовлетворяющих условию

$$\sup_{s \in S} \| f(\tau_1 + s) - f(\tau_2 + s) \| < \delta,$$

выполняестся неравенство

$$\| f(\tau_1 + t) - f(\tau_2 + t) \| < \varepsilon$$

при всех $t \in T_r$.

Решение $f \in C(T_r; K)$ уравнения (2) называется почти периодическим, если для любого $\varepsilon > 0$ существует такое $L(\varepsilon) > 0$, что на каждом отрезке длины $L(\varepsilon)$ из T найдется число τ, при котором неравенство

$$\| f(t + \tau) - f(t) \| < \varepsilon$$

выполняется для всех $t \in T_r$.

Сравнивая эти определения с соответетствующими определениями для движений системы сдвигов $(C(T_r; K), \sigma)$ (см. [1], [7]), заключаем, что решение f уравнения (2) равномерно устойчиво по Ляпунову или почти периодично тогда и только тогда, когда движение $\sigma(f, \cdot)$ системы $(C(T_r; K), \sigma)$ соответственно равномерно устойчиво по Ляпунову или почти периодично.

Теорема 2. *Предположим, что правая часть F уравнения (2) устойчива по Пуассону по переменной t равномерно относительно φ на компакте Φ. Если это уравнение допускает решение f, которое равномерно устойчиво по Ляпунову, то всякое уравнение вида (3) обладает почти периодическим решением, являющимся ω — предельным образом функции f и принимающим значения в компакте $f(T_r)$.*

Доказательство. Пусть f — равномерно устойчивое по Ляпунову решение уравнения (2). Согласно следствию из теоремы 1, найдется устойчивое по Пуассону решение g этого уравнения, принадлежащее множеству Ω_f и удовлетворяющее условию $g(T_r) \subset f(T_r)$. Так как решение f устойчиво по Лагранжу и равномерно устойчиво по Ляпунову, то Ω_f состоит из почти периодических функций (см. [1], стр. 108). Значит решение g уравнения (2) является почти периодическим.

Пусть $Q \in \overline{\Sigma}_F$. Согласно лемме 2, найдется решение $q \in \overline{\Sigma}_g$ уравнения (3), удовлетворяющее условию $q(T_r) \subset g(\overline{T_r})$. Множество Σ_g состоит из почти периодических функций, поэтому решение q почти периодично. Кроме того, $q \in \overline{\Sigma}_g \subset \Omega_f$ и $q(T_r) \subset \subset g(T_r) \subset f(T_r)$. Теорема доказана.

Заметим, что в теореме 2 не требуется, чтобы правая часть F уравнения (2) была почти периодической по t — условие, которое в подобных случаях обычно предполагается выполненным. В работе Й о ш и з а в а [10] установлен признак, аналогичный теореме 2, для конечномерного случая при условии, что правая часть уравнения почти периодична по t и это уравнение допускает асимптотически почти периодическое решение.

ЛИТЕРАТУРА

1. С и б и р с к и й К. С. — *Введение в топологическую динамику*, РИО АН МССР, Кишинев, 1970.
2. Щ е р б а к о в Б. А. — *Дифференциальные уравнения*, 3, № 9, 1967, 1450—1460.
3. Щ е р б а к о в Б. А. — *Дифференциальные уравнения*, 5, № 12, 1969, 2144—2155..
4. Д у б о л а р ь В. К. — *Тираспольский симпозиум по общей топологии и ее приложениям*, Издательство Штиинца , Кишинев, 1973, 31—33.
5. Б е б у т о в М. В. — *Бюллетень МГУ*, Математика 2, вып. 5, 1941, 1—52.
6. Р о ж к о В. Ф., Щ е р б а к о в Б. А. — *Известия АН МССР*, № 1, 1968, 81—87.
7. Щ е р б а к о в Б. А. — *Топологическая динамика и устойчивость по Пуассону решений дифференциальных уравнений*, Издательство Штиинца , Кишинев, 1972.
8. Д у б о л а р ь В. К. — *Дифференциальные уравнения*, 6, № 8, 1970, 1395—1401.
9. К у р а т о в с к и й К. — *Топология*, т. I, Мир, М., 1966.
10. Й о ш и з а в а Т. — „Труды 5-ой международной конференции по нелинейным колебаниям, 1969, т. 2", Киев, 1970, 177—188.

Поступила 20.IV.1971 г.

МССР, г. Кишинев
Кишиневский госуниверситет
им. В. И. Ленина

EXISTENŢA SOLUŢIILOR STABILE DUPĂ POISSON A ECUAŢIILOR DIFERENŢIALE CU ARGUMENT ÎNTÎRZIAT

Rezumat

În acest articol se stabilesc condiţiile de existenţă a soluţiilor stabile după Poisson a ecuaţiilor diferenţiale cu argument întîrziat în spaţii Banach. Se demonstrează în particular un criteriu de existenţă a soluţiilor aproape periodice pentru acest tip de ecuaţii. Se studiază ecuaţiile neautonome fără ipoteza unicităţii soluţiilor.

Analele ştiinţifice ale Universităţii „Al. I. Cuza" din Iaşi
Tomul XXI, s. I a, 1975

ON PERTURBED STOCHASTIC DIFFERENTIAL EQUATIONS

BY

B. G. PACHPATTE

1. In recent years stochastic differential equations have been studied more and more intensively. This is apparently due, in part, to the importance of such systems in various branches of technology. Stochastic or random differential equations arise often in the engineering, biological, and physical sciences, and recent attempts have been made to develop and unify the theory of such equations, see [1], [3], [5], [6] and some of the references given there. In this paper we shall consider the nonlinear stochastic differential system including an operator T of the form

$$x'(t, \omega) = A(\omega)x(t, \omega) + f(t, x(t, \omega), (Tx)(t, \omega)), \quad x(0, \omega) = x_0(\omega). \tag{1}$$

The system will be studied as a perturbation of the linear stochastic differential system

$$y'(t, \omega) = A(\omega)\, y(t, \omega), \qquad y(0, \omega) = x_0(\omega). \tag{2}$$

Here x, y are stochastic processes, $\omega \in \Omega$ (a probability space), $1' = d/dt$, $A(\omega)$ is an $n \times n$ matrix whose elements are measurable functions, f is a vector valued function defined on $I \times R^n \times \times R^n \to R^n$, where $I = [0, \infty)$ is an interval, R^n is an Euclidean n space and T is a continuous operator from R^n into R^n.

In a paper published a few years ago, C. C o r d u n e a n u [2] has used the idea of admissibility theory to study the nonstochastic integral equations. C o r d u n e a n u 's results in this direction are the starting point of extensive later developments; some recent ones are found in a series of papers by P a d g e t t and T s o k o s, and brought together in a monograph [6]. The problem considered in this paper is in the general spirit of the investigations in [6]. In particular, if we impose on T various meanings, it is apparent that equation (1) has a great diversity. For example, if $f(t, x, z)$ in (1) is of the form

$$f(t, x, z) = f_1(t, x) + z,$$

and if the operator T is defined by

$$(Tx)(t, \omega) = \int_0^t k(t, \tau, \omega)x(\tau, \omega)d\tau,$$

$$(Tx)(t, \omega) = h(t, \omega) + \int_0^t k(t, \tau, \omega)\, g(\tau, x(\tau, \omega))d\tau,$$

and so on, then the stochastic differential equation (1) will reduce to various types of stochastic integrodifferential equations.

Nonstochastic versions falling into the form (1) (when $Tx = x$) have been the subject of numerous studies in the theory of ordinary differential equations. The main purpose of this paper is to obtain some very general results concerning the existence, uniqueness, boundedness and asymptotic behavior of random solution of (1) under some suitable conditions