as its identity; $\operatorname{Ker}\varphi_e$ *is a two-sided ideal of* I, *which is a left C-ring*; $\operatorname{Im}\varphi_e \cdot \operatorname{Ker}\varphi_e = \operatorname{Im}\varphi_e \cdot \{0\}$, $\operatorname{Ker}\varphi_e \cdot \operatorname{Im}\varphi_e = \{0\} \cdot \operatorname{Im}\varphi_e$, $I = \operatorname{Ker}\varphi_e + \operatorname{Im}\varphi_e$ (*a semidirect sum of groups*).

We have also the identities: $b \cdot x = b \cdot x_2$, $x \cdot b = x_2 \cdot b$, $a \cdot x = a \cdot x_1 + 0 \cdot x_2$, for all $x = x_1 + x_2 \in I$, $a, x_1 \in \operatorname{Ker}\varphi_e$, $b, x_2 \in \operatorname{Im}\varphi_e$.

REFERENCES

1. Baer R. — *Zur Einführung des Scharbegriffs*, J. reine angew. Math., 160 (1929), 199—207.
2. Batbedat A. — *Une généralisation de la notion de module*, C. R. Acad. Sci. Paris, 276 (1973), A 95—96.
3. Batbedat A. — *Préanneaux idempotents*, Atti Accad. Nazionale Lincei, 60 (1973), 325—330.
4. Berman G., Silverman R. J. — *Near rings*, Amer. Math. Monthly, 66 (1959), 23—34.
5. Blackett D. W. — *Simple and semi-simple near rings*, Proc. Amer. Math. Soc., 4 (1953), 772—785.
6. Certaine J. — *The ternary operation* $(abc) = ab^{-1}c$ *of a group*, Bull. Amer. Math. Soc. 49 (1943), 869—877.
7. Climescu Al. — *Anneaux faibles*, Bul. Inst. Politehn. Iaşi, 7 (9) (1961), 1—6.
8. Climescu Al. — *A new class of weak rings* (Romanian), idem, 10 (14), (1964), 1—4.
9. Cupona G. — *On quasirings* (Macedonian), Bull. Soc. Math. Phys. Macédoine, 20 (1969), 19—22 (1971), MR 44 # 1 703.
10. Fröhlich A. — *Distributively generated near rings. I: Ideal theory*, Proc. London Math. Soc., 8 (3) (1959), 74—94.
11. Furtwängler Ph., Taussky Olga — *Uber Schiefringe*, S. B. Akad. Wiss. Wien, 145 (1936), 525.
12. Janin P. — *Une généralisation de la notion d'anneau: Préanneaux*, C. R. Acad. Sci. Paris, 269 (1969), A 62—64.
13. Ştefănescu Mirela — *Multiplications infra-distributives sur un groupe* (to appear).
14. Ştefănescu Mirela — *Infra-near rings of affine type*. An. Şt. Univ. Iaşi 24(1978), 5—14.

Received 1.IV. 1978

Faculty of Mathematics
University of Iaşi
R. S. Romania

Analele ştiinţifice ale Universităţii „Al. I. Cuza" din Iaşi
Tomul XXV, s. I a, f. 1

SUR LES ESPACES BITOPOLOGIQUES s-CONNEXES

PAR

S. N. MAHESHWARI et U. TAPI

Dans un espace topologique X, une partie A de X est dite *semiouverte* [3] s'il existe un ensemble O ouvert dans X tel que $O \subset A \subset \operatorname{cl} O$, où $\operatorname{cl} O$ dénote l'adhérence de O dans X. Un ensemble est dit *semifermé* si son complémentaire est semiouvert. L'intersection de tous les ensembles semifermés contenant A est dite *semiadhérence* de A et est *notée* $\operatorname{scl} A$; elle est toujours semifermé [1]. L'ensemble A est semifermé si et seulement si $A = \operatorname{scl} A$ [1]. Afin que $p \in \operatorname{scl} A$, il faut et il suffit que tout ensemble semiouvert contenant p rencontre A [1]. De plus, $A \subset \operatorname{scl} A \subset \operatorname{cl} A$, et $A \subset B$ implique $\operatorname{scl} A \subset \operatorname{scl} B$. Un espace bitopologique (X, T_1, T_2) est un ensemble X muni de deux topologies T_1 et T_2.

1. Ensembles $<i, j>$-semiséparés. Définition 1. *Deux ensembles A et B dans un espace bitopologique (X_1, T_1, T_2) sont $<i,j>$-semiséparés si $A \cap T_i - \operatorname{scl} B = \varnothing = T_j - \operatorname{scl} A \cap B$, $i, j \in \{1, 2\}$.*

Remarque 1. Deux ensembles $<i, j>$-semiséparés sont nécessairement disjoints. La réciproque n'est pas, en général, vraie.

Remarque 2. Soient les ensembles A, B $<i, j>$-semiséparés, $C \subset A$ et $D \subset B$. Alors, C et D sont $<i, j>$ semiséparés.

Remarque 3. Soient A un ensemble T_i-semiouvert et B un ensemble T_j-semiouvert. Alors, A et B sont $<i, j>$-semiséparés si et seulement si $A \cap B = \varnothing$.

Proposition 1. *Si A, B sont $<i, j>$-semiséparés et $A \cup B$ est biouvert, alors A est T_i-semiouvert et B est T_j-semiouvert.*

Démonstration. On utilise les relations $(A \cup B) \cap (X \sim T_i - \operatorname{scl} B) = A$. et $(A \cup B) \cap (X - T_j - \operatorname{scl} A) = B$.

Proposition 2. *Soient (Y, T_1^*, T_2^*) un sous-espace biouvert d'un espace bitopologique (X, T_1, T_2), $A \subset Y$ et $B \subset Y$. Alors, A et B sont $<i, j>$-semiséparés dans X si et seulement si ils sont $<i, j>$-semiséparés dans Y.*

La démonstration est immédiate.

2. Espaces bitopologiques s-connexes. Definition 2. *On dit que l'espace bitopologique (X, T_1, T_2) est s-connexe, s'il ne peut pas s'exprimer comme réunion de deux ensembles non vides $<i, j>$-semiséparés.*

W. J. Pervin [6] a introduit la notion d'espace bitopologique connexe. On a,

Proposition 3. *Un espace bitopologique s-connexe est connexe.*

Remarque 4. La réciproque de la proposition 3 n'est pas, en général, vraie comme il suit de la considération suivante: $X=\{a, b, c, d\}$, $T_1=\{\varnothing, \{a\}, \{b\}, \{a, b\}, \{a, b, c\}, X\}$ et $T_2=\{\varnothing, \{a\}, \{b\}, \{a, b\}, X\}$.

On démontre aisément la

Proposition 4. *Pour qu'un espace bitopologique (X, T_1, T_2) soit s-connexe il faut et il suffit que il n'existe aucun sous-ensemble non vide de X qui soit à la fois T_i-semiouvert et T_j-semifermé.*

Proposition 5. *Pour qu'un espace bitopologique (X, T_1, T_2) ne soit pas s-connexe il faut et il suffit que X puisse s'exprimer comme une réunion de deux ensembles non vides, disjoints A et B de sorte que A soit T_i-semiouvert (resp. T_j-semifermé) et B, T_i-semiouvert (resp. T_i-semifermé).*

C'est une conséquence de la proposition 4.

Définition 3. *On dit qu'une partie A d'un espace bitopologique (X, T_1, T_2) est un ensemble s-connexe, si le sousespace A de X est s-connexe.*

Remarque 3. Tout ensemble réduit à un point est s-connexe.

Proposition 6. *Soit (X, T_1, T_2) un espace bitopologique. Si A, B sont $<i, j>$-semiséparés dans X, l'ensemble E est biouvert s-connexe, $E \subset A \cup B$,* alors *$E \subset A$* ou *$E \subset B$.*

Démonstration. On a $E=(E \cap A) \cup (E \cap B)$. Supposons que $E \cap A \neq \varnothing \neq E \cap B$. Puisque $E \cap A$ et $E \cap B$ sont $<i, j>$-semiséparés, E étant biouvert, ils sont $<i, j>$-semiséparés dans E. Donc, $E \cap B = \varnothing$ ou $E \cap A = \varnothing$.

Proposition 7. *Soient (X, T_1, T_2) un espace bitopologique, E biouvert, F bisemiouvert et $E \subset F$. Si E est s-connexe dans X alors E est s-connexe dans F.*

Démonstration. Si E n'est pas s-connexe dans F, alors en vertu des théorèmes 2.4 et 2.3 dans [4], it résulte que E n'est pas s-connexe dans X.

Proposition 8. *Soit (X, T_1, T_2) un espace bitopologique. Si E est biouvert s-connexe dans X et $E \subset F \subset T_1 - \mathrm{scl}\ E \cap T_2 - \mathrm{scl}\ E$, alors, F est s-connexe.*

En suivant la même méthode qu'en [2], p. 201, on obtient:

Proposition 9. *Dans un espace bitopologique (X, T_1, T_2), si deux ensembles A et B sont biouverts s-connexes et non $<i, j>$-semiséparés alors $A \cup B$ est s-connexe.*

Proposition 10. *Soit $\{D_\lambda \mid \lambda \in \Lambda\}$ une famille d'ensembles biouverts s-connexes dans un espace bitopologique (X, T_1, T_2). Si un membre D_{λ_0} de la famille n'est pas $<i, j>$-semiséparés d'un autre membre quelconque alors $\cup D_\lambda$ est biouvert s-connexe.*

Corollaire 1. La réunion d'une famille d'ensembles biouverts s-connexes, dont l'intersection n'est pas vide, est un ensemble s-connexe.

En utilisant le Théorème 2.8 dans [4], on démontre la.

Proposition 11. L'image homéomorphe d'un espace bitopologique s-connexe est s-connexe.

Définition 4. *On dit qu'un espace bitopologique (X, T_1, T_2) est localement s-connexe si pour tout point x de X et tout ensemble O ouvert par repport à T_i et contenant x, il existe un ensemble G biouvert s-connexe tel que $x \in G \subset O$.*

Remarque 4. Le fait qu'un espace bitopologique (X, T_1, T_2) est localement s-connexe n'implique pas qu'il est s-connexe.

Exemple. $X=\{a, b\}$ et $T_1=T_2=\{\varnothing, \{a\}, \{b\}, X\}$.

Remarque 5. Soient $X=\{a, b\}$, $T_1=\{\varnothing, \{a\}, \{b\}, X\}$ et $T_2=\{\varnothing, X\}$. Alors (X, T_1, T_2) est s-connexe mais il n'est pas localement s-connexe.

En utilisant la proposition 7 on prouve la,

Proposition 12. *Dans un espace bitopologique localement s-connexe, tout sousespace biouvert est localement s-connexe.*

Definition 5. *Soient X un espace bitopologique localement s-connexe et $p \in X$. La s-composante de p est la réunion des parties biouvertes s-connexes de X contenant p.*

Proposition 13. *Toute s-composante d'un espace bitopologique localement s-connexe est biouverte s-connexe.*

C'est une conséquence du corollaire 1.

Proposition 14. *Soit X un espace bitopologique localement s-connexe. Chaque s-composante d'une partie biouverte de X est biouverte.*

Cela résulte des propositions 12 et 13.

Comme dans [2], p. 203, on démontre la,

Proposition 15. *Deux s-composantes distinctes sont $<i, j>$-semiséparées.*

Corollaire 2. La famille de toutes les s-composantes d'un espace bitopologique localement s-connexe X est une partition de X.

Proposition 16. *Toute s-composante localement s-connexe d'un espace bitopologique est bifermé*

Cella résulte du corollaire 2 et la proposition 13.

Comme dans [2], p. 216, on obtient:

Proposition 17. *Soit (X, T_1, T_2) un espace bitopologique localement s-connexe. Si G est biouvert dans X et si A est une s-composante dans G alors $T_i - Fr(A) \cap G = \varnothing$.*

BIBLIOGRAPHIE

1. Das P. — *Note on some applications on semiopen sets.* Prog. Math. (Allahabad) 7 (1973), p. 33—44.
2. Kuratowski K. — *Introduction to set theory and topology.* New York: Pergamon, 1961.
3. Levine N. — *Semiopen sets and semicontinuity in topological spaces.* Amer. Math. Monthly, 70 (1963), p. 36—41.
4. Maheshwari S. N and Prasad R. — *Some new separation axioms,* Ann. de la Soc. Sci. de Bruxelles T. 89, III (1975), p. 395—402.
5. * * * *On s-regular spaces.* Glasnik Mat. 10 (30) (1975), p. 347—359.
6. Pervin W. J. — *Connectedness in bitopological spaces.* Indag. Math. 29 (1967) p. 369—372.

Reçu le 6.V. 1978

Department of Mathematics
University of Saugar
Sagar, M. P. India