$$p_{\tau\tau} = -4P_0 \cos 2\theta + P_0^2[16\gamma \cos 4\theta + 5B_3 - B_1 + 6\gamma(3-\varkappa)]/0\mu, \tag{2.26}$$

$$\begin{aligned} u_r = -[P_0(1+\varkappa)R \cos 2\theta]/2\mu + P_0^2 R[15\{(\varkappa+2)B_1 + 6B_1 - B_1'' + \\ + B_4\} + 4\{15B_1 + 9B_1' - 15B_1'' - 5B_4\} \cos 4\theta]/480\mu^2, \end{aligned} \tag{2.27}$$

$$\begin{aligned} u_\theta = [P_0 R(1+\varkappa)\sin 2\theta]/2\mu + P_0^2 R[\{15B_1 + 9B_1' - 15B_1'' + \\ + 5B_4\} \sin 4\theta]/120\mu^2, \end{aligned} \tag{2.28}$$

which has an absolute maximum $|p_{\tau\tau}| = 4P_0$ at $\theta = 0, \pi/2, \pi, 3\pi/2$ in the infinitesimal case.

In the hoop-stress expressions, the first expression gives the hoop-stress in infinitesimal case and which is free from elastic constants. Figures 1, 2 and 3 show the variation of hoop-stresses, radial and transverse components of displacemet for different values of θ, treating P_i/μ, $(i=0, 1, 2)$ is unity for all cases.

REFERENCES

1. Kolosov, G.V. — *On an Application of complex Function Theory to a plane Problem of the Mathematical Theory of Elasticity*, Yuriev, 1909
2. Muskhelishvili, N.I. — *Some Basic Problems of Mathematical Theory of Elasticity* P. Noordhoff, Greningen — The Netherlands, 1963
3. Adkins, J.E., Green, A.E. and Shield, R.T. — Phil. Trans. Roy. Soc., London, (A) *246* (1953), 181
4. Adkins, J.E., Green, A.E. and Nicholas, G.C. — Phil. Trans. Roy. Soc., London (A) *247* (1954), 279
5. Carlson, D.E. and Shield, R.T. — Arch. Rat. Mech. and Anal., *19* (1965) 189
6. Bhargava, R.D. and Pande, D. — Acta Mech. *14* (1966), 355
7. Bhargava, R.D. and Pande, D. — Int. J. Non-Linear Mech. *6*, (1971), 327
8. Lal, M. and Pande, D. — J. Mathe. Phys. Sci., *13* (1979), 411
9. Lal, M. — An. şt. Univ. Iaşi, *27* (1981), 195
10. Sokolnikoff, I.S. — *Mathematical Theory of Elasticity*, McGraw Hill, (1953)

Received 8. I. 1983

Department of Mathematics
Rani Durgavati University
Jabalpur — 482001. India

Analele ştiinţifice ale Universităţii „Al. I. Cuza" din Iaşi
Tomul XXX, s. I a, 1984 — 1

SKEW DIVISION BELTS

BY

DĂNUŢ MARCU

Let E be a finite set with two operations „$\oplus$" and „$\otimes$". We say that E is a *skew division belt* if the following properties hold: (a) $(E, \oplus)$ is an idempotent semigroup, (b) $(E, \otimes)$ is a group, (c) for any $x, y, z \in E$, $x \otimes (y \oplus z) = (x \otimes y) \oplus (x \otimes z)$ and $(y \oplus z) \otimes x = (y \otimes x) \oplus (z \otimes x)$.

We call E a skew division belt by analogy with [1] where for a division belt $(E, \oplus)$ is a commutative idempotent semigroup. The aim of this work is to analyze such an algebra.

Let $\varnothing$ be the *unit element* [1] of $(E, \otimes)$ and for every $x \in E$ let $x^{-1} \in E$ be the inverse of x in $(E, \otimes)$. Let $x \in E$ and $y = x \oplus \varnothing$. It follows that $y \oplus \varnothing = x \oplus \varnothing \oplus \varnothing = x \oplus \varnothing = y$. Then E contains at least an element y such that $y + \varnothing = y$. Similarly, E contains at least an element z for which $\varnothing \oplus z = z$.

Let $F = \{y \in E ; y \oplus \varnothing = y\}$ be and $G = \{z \in E : \varnothing \oplus z = z\}$.

Theorem. *$(F, \otimes)$ and $(G, \otimes)$ are normal subgroups of $(E, \otimes)$ and $E = F \otimes G$.*

Proof. Let $y_1, y_2 \in F$. From $y_1 \oplus \varnothing = y_1$ on right-multiplying by y_2 we obtain $(y_1 \otimes y_2) \oplus y_2 = y_1 \otimes y_2$ whence $(y_1 \otimes y_2) \oplus \varnothing = [(y_1 \oplus \varnothing) \otimes y_2] \oplus \varnothing = (y_1 \otimes y_2) \oplus y_2 \oplus \varnothing = (y_1 \otimes y_2) \oplus y_2 = y_1 \otimes y_2$. Hence $y_1 \otimes y_2 \in F$. Let $n = |E|$. Obviously, $y^{-1} = y^{n-1}$ for every $y \in E$.

If $y \in F$ then (by the above proved property) $y^{n-1} \in F$ and therefore $y^{-1} \in F$. Let $x \in E$ and $y \in F$. From $y \oplus \varnothing = y$ we have $x^{-1} \otimes y \otimes x = x^{-1} \otimes (y \oplus \varnothing) \otimes x = [(x^{-1} \otimes y) \oplus x^{-1}] \otimes x = (x^{-1} \otimes y \otimes x) \oplus \varnothing$, i. e., $x^{-1} \otimes y \otimes x \in F$. Hence $(F, \otimes)$ is a normal subgroup of $(E, \otimes)$. Similarly, $(G, \otimes)$ is a normal subgroup of $(E, \otimes)$. Let $y \in F$. Then $y^{-1} \in F$, i.e., $y^{-1} \oplus \varnothing = y^{-1}$ and therefore on left-multiplying by y yields $\varnothing \oplus y = \varnothing$. Similarly, if $z \in G$, then $z \oplus \varnothing = \varnothing$. Hence if $x \in F \cap G$, then $x \oplus \varnothing = x = \varnothing \oplus x = \varnothing$, i.e., $F \cap G = \{\varnothing\}$. Since F and G are normal subgroups for every $f \in F$ and $g \in G$ $f \otimes G = G \otimes f$ and $g \otimes F = F \otimes g$ hold. So there exist unique $\tilde{f} \in F$ and $\tilde{g} \in G$ such that

$$f \otimes g = \tilde{g} \otimes f \text{ and } g \otimes f = \tilde{f} \otimes g. \tag{1}$$

Let now $e \in E$ and $y = e \oplus \varnothing$. Then $y \in F$. On the other hand $y = (\varnothing \oplus e^{-1}) \otimes e$ and $\varnothing \oplus e^{-1}$ belongs to G. Therefore $e = (\varnothing \oplus e^{-1})^{-1} \otimes y \in G \otimes F$ or $e = \tilde{y} \otimes (\varnothing \oplus e^{-1})^{-1} \in F \otimes G$. Hence $E = G \otimes F = F \otimes G$. (Q.E.D.).

Corollary (R.A. Cuninghame-Green [1]). *The only division belt having a finite number of elements is the singleton division belt $\{\varnothing\}$.*

Proof. If $(E, \otimes, \oplus)$ is a division belt, then $(E, \oplus)$ is commutative (see [1]) and therefore $F=G=\{\varnothing\}$. Thus by theorem $E=\{\varnothing\}$. (Q.E.D.)

Lemma. *If $f\in F$ and $g\in G$, then $\varnothing\oplus(f\otimes g)=g$ and $(f\otimes g)\oplus\varnothing=f$.*

Proof. Obviously, $\varnothing\oplus(f\otimes g)$ belongs to G. But $\varnothing\oplus(f\otimes g)=(f\otimes g)\otimes[(f\otimes g)^{-1}\oplus\varnothing]$. Then there exists $g'\in G$ such that $(f\otimes g)\otimes[(f\otimes g)^{-1}\oplus\varnothing]=g'$. From (1) it follows that $(\tilde{g}\otimes f)\otimes[(f\otimes g)^{-1}\oplus\varnothing]=g'$ or $(f\otimes g)^{-1}\oplus\varnothing=f^{-1}\otimes\tilde{g}^{-1}\otimes g'$, i.e., $[(f\otimes g)^{-1}\oplus\varnothing]\in f^{-1}\otimes G$. Hence $[(f\otimes g)^{-1}\oplus\varnothing]\in(f^{-1}\otimes G)\cap F$ whence $(f\otimes g)^{-1}\oplus\varnothing=f^{-1}$, i.e., $(g^{-1}\otimes f^{-1})\oplus\varnothing=f^{-1}$. Thus on right-multiplying by f and after right-multiplying by g it follows that $\varnothing\oplus(f\otimes g)=g$. Similarly we can prove that $(f\otimes g)\oplus\varnothing=f$. (Q.E.D.).

Let $e_1, e_2\in E$. According to theorem there exist $f_1, f_2\in F$, $g_1, g_2\in G$ such that $e_1=f_1\otimes g_1$, $e_2=f_2\otimes g_2$.

Proposition. $e_1\oplus e_2=g_2\otimes\tilde{f}_1$ *where* $g_1\otimes f_1=\tilde{f}_1\otimes g_1$.

Proof. From (1) we have $e_1\oplus e_2=(f_1\otimes g_1)\oplus(f_2\otimes g_2)=[\varnothing\oplus(f_2\otimes g_2\otimes g_1^{-1}\otimes f_1^{-1})]\otimes(f_1\otimes g_1)=[\varnothing\oplus(f_2\otimes g_2\otimes\tilde{f}_1^{-1}\otimes g_1^{-1})]\otimes(f_1\otimes g_1)=[\varnothing\oplus(f_2\otimes\tilde{f}_1^{-1}\otimes g_2\otimes g_1^{-1})]\otimes(f_1\otimes g_1)$.

According to (1) and lemma

$$e_1\oplus e_2=g_2\otimes g_1^{-1}\otimes f_1\otimes g_1=g_2\otimes\tilde{f}_1\otimes g_1^{-1}\otimes g_1=g_2\otimes\tilde{f}_1\ . \quad \text{(Q.E.D.)}$$

Received 29. I. 1983

Faculty of Mathematics,
University of Bucharest,
Academiei 14, 70109 Bucharest,
R. S. Romania

REFERENCES

1. Cuninghame-Green, R. A. — *Minimax algebra*, Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems, Springer, 1979.
2. Fuchs, L. — *Partially ordered algebraic systems*, Pergamon, 1963.

Analele ştiinţifice ale Universităţii „Al. I. Cuza" din Iaşi
Tomul XXX, s. I a, 1984, f. 1

RECENZII

FIERZ, MARKUS: *Girolamo Cardano* (1501—1576), *Physician, Natural Philosopher, Mathematician, Astrologer and Interpreter of Dreams.* Birkhäuser Verlag, Boston, Basel, Stuttgart, 1983, XXII+202 p.

O traducere în limba engleză a cărţii profesorului M. Fierz asupra vieţii şi operei lui Girolamo Cardano este de un real folos pentru cei interesaţi de istoria ştiinţelor şi istoria ideilor. Cardano este prezentat ca medic, filosof, matematician, astrolog şi interpret al visurilor. Scrisă într-un stil sobru şi cursiv, cartea oferă imaginea omului şi învăţatului padovan.
Mirela Ştefănescu

D'ESPAGNAT, BERNARD: *In Search of Reality*, Springer-Verlag, Berlin-Heidelberg-New York-Tokyo, 1983, IX+182 p., US $ 16.70

Tema centrală a acestei cărţi o reprezintă raportul dintre fizică şi cunoaşterea realităţii. O teză majoră susţinută în carte este că stadiul actual de dezvoltare a fizicii impune ca fizica să capete un statut de „ştiinţă naturală universală", precizîndu-se că este îndoielnic ca un gînditor să-şi formeze o imagine corectă a lumii fără a cunoaşte legile fizicii, sau cel puţin fundamentele fizicii. Argumentarea autorului se bazează în primul rînd pe descoperirile făcute în fizica particulelor. Autorul analizează compatibilitatea rezultatelor fizicii contemporane cu diferite abordări filosofice. Sînt discutate probleme de maxim interes pentru filosofia ştiinţei şi sînt propuse concepte noi. Din dorinţa de a lărgi cercul cititorilor, autorul evită folosirea formalismului matematic.
D. Motreanu

B. L. VAN DER WAERDEN: *Geometry and Algebra in Ancient Civilizations*, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, Tokyo, 1983, XII+223 p., $ 32.30

Deosebit de interesantă, noua carte de istorie a matematicilor vechi, a lui van der Waerden, se referă la problemele de istorie a geometriei şi algebrei anticilor, cele două discipline fiind greu de separat pentru matematicile civilizaţiilor trecute. Spre deosebire de ceea ce este prezentat de obicei în alte tratate de istorie a matematicilor, van der Waerden porneşte de la trei noi descoperiri fundamentale: prima afirmă că geometria greacă, babiloniană şi indiană derivă dintr-o sursă comună, a doua, că opera chineză „Nouă capitole ale meşteşugului aritmeticii" are multă asemănare cu sursele pre-babiloniene şi a treia, că monumentele megalitice din sudul Angliei şi Scoţia ţin seama de teorema lui Pithagora. Cartea întreagă este structurată pornind de la aceste idei fundamentale şi propune în consecinţă o nouă construcţie a istoriei ştiinţelor matematice între 3000 şi 2500 î.e.n.
Adolf Haimovici

O. NEUGEBAUER: *Astronomical Cuneiform Texts*, Springer-Verlag, New York, Heidelberg, Berlin, 1983, vol. I: XVIII+278 p., vol. II: XII+279—511 p., vol. III: VIII+255 p.

Această lucrare in trei volume, semnată de renumitul savant Otto Neugebauer, aduce contribuţii de seamă la cunoaşterea tezaurului de cunoştinţe astronomice ale asiro-babilonienilor. Apărută pentru prima oară în 1955, ea a reunit într-o formă sistematică şi unitară cercetările fundamentale ale renumiţilor asirologi J. Epping, F. X. Kugler, O. Neugebauer, A. Sachs, J. Schaumberger, J. N. Strassmaier ş. a., reuşind să ofere o imagine completă şi precisă asupra cunoştinţelor astronomilor babilonieni din perioada seleucidă. După cum se ştie, cea mai mare parte din textele astronomice din Mesopotamia antică, precum şi cele cu un conţinut ştiinţific mai elevat, provin tocmai din această perioadă.