Analele ştiinţifice ale Universităţii „Al. I. Cuza" din Iaşi
Tomul XXXIII, s. I a, Matematică, 1987, f. 1

SUR LES QUASI-CONNEXIONS

PAR

LIVIU NICOLESCU

§0. **Introduction.** 0.1. Les quasi-connexions, qui sont des généralisations des connexions linéaires, ont été introduites par Y. C. Wong [16] et ont été étudiées aussi par E. Vamanu [13], [14], C. Di Comite [1], [2], [3], D. Giublesi [6], V. Cruceanu [4], R. A. Marinosci [7], [8], V. Obădeanu [11].

Dans cette Note on étudie l'éxistence des quasi-connexions sur une variété pseudo-riemannienne (§1). Dans le §2 on considère la quasi-connexion de Lyra et dans le §3 on définit la quasi-structure de Weyl et la quasi-connexion de Weyl. Dans le §4 sont définies et sont étudiées les paires de quasi-connexions compatibles avec la quasi-structure de Weyl.

0.2. Les variétés différentiables, les applications différentiables et les champs de tenseurs qui interviennent dans la suite sont supposés de classe C^∞.

Soit M une variété différentiable réelle à n dimensions. On note par $\mathcal{F}(M)$ l'anneau des fonctions réelles, différentiables, définies sur M et par $\mathcal{T}^r_s(M)$ le $\mathcal{F}(M)$-module des champs de tenseurs du type (r, s) sur M. Supposons que la variété M est munie d'un champ tensoriel $F \in \mathcal{T}^1_1(M)$.

On appelle quasi-connexion sur M une application

$D^F : \mathcal{T}^1_0(M) \times \mathcal{T}^1_0(M) \to \mathcal{T}^1_0(M)$, $D^F : (X, Y) \to D^F_X Y$, qui vérifie [14]

$$(0.1) \qquad D^F_{fX+hY} = fD^F_X + hD^F_Y, \qquad (0.2) \qquad D^F_X fY = fD^F_X Y + (d^F f)(X)Y,$$

pour tout $f, h \in \mathcal{F}(M)$, où

$$(0.2') \qquad (d^F f)(X) = F(X)(f).$$

Si le champ F est non-dégénéré, alors on peut associer à une quasi-connexion D^F sur M les tenseurs de torsion et de courbure, par les formules

$$T^F(X, Y) = D^F_X Y - D^F_Y X - \tilde{F}([F(X), F(Y)]),$$

$$R^F(X, Y) = D^F_X D^F_Y - D^F_Y D^F_X - D^F_{\tilde{F}([F(X), F(Y)])},$$

$\tilde{F}$ étant la réciproque du tenseur F et $[\,,]$ l'opération crochet. On dit que la quasi-connexion D^F est symétrique si $T^F = 0$.

§1. **Quasi-connexions sur une variété pseudo-riemannienne.** Soient une variété pseudo-riemannienne (M, g), un champ non-dégénéré $F \in \mathcal{T}^1_1(M)$ et une quasi-connexion D^F sur M. Pour tout $X, Y, Z \in \mathcal{T}^1_0(M)$ nous notons

$$(D^F_X g)(Y, Z) = (d^F g(Y, Z))(X) - g(D^F_X Y, Z) - g(Y, D^F_X Z).$$

On dit que $D^F_X g$ est la quasi-derivée covariante du champ tensoriel g.

1.1. **Théorème.** *Soient (M, g) une variété pseudo-riemannienne et $F \in \mathcal{T}^1_1(M)$ un champ tensoriel non-dégénéré. Soient $B \in \mathcal{T}^1_2(M)$ et $C \in \mathcal{T}^0_3(M)$ tels que*

$$B(X, Y) + B(Y, X) = 0, \quad C(X, Y, Z) = C(X, Z, Y), \quad (\forall) X, Y, Z \in \mathcal{T}^1_0(M)$$

Alors il existe une unique quasi-connexion D^F sur M avec torsion T^F tels que

$$T^F = B, \quad (D^F_X g)(Y, Z) = C(X, Y, Z), \quad (\forall) X, Y, Z \in \mathcal{T}^1_0(M). \tag{1.1}$$

Démonstration. Pour deux champs $X, Y \in \mathcal{T}^1_0(M)$ le champ de vecteurs $D^F_X Y$ est défini par la formule :

$$\begin{aligned} 2g(D^F_X Y, Z) &= (d^F g(Y, Z))(X) + (d^F g(X, Z))(Y) - (d^F g(X, Y))(Z) - \\ &- C(X, Y, Z) - C(Y, Z, X) + C(Z, X, Y) - g(Y, \tilde{F}([F(X), F(Z)])) - \\ &- g(Z, \tilde{F}([F(Y), F(X)])) + g(X, \tilde{F}([F(Z), F(Y)])) - g(Y, B(X, Z)) - \\ &- g(Z, B(Y, X)) + g(X, B(Z, Y)). \end{aligned} \tag{1.2}$$

Puisque la métrique g est non-dégénérée, de (1.2) on obtient l'unicité de $D^F_X Y$. Il est facile de vérifier que D^F de (1.2) est une quasi-connexion sur M. En plus on obtient que D^F de (1.2) a les propriétés (1.1).

1.2. *Remarque.* i) Si dans la formule (1.2) on prend $B = 0$ et $C = 0$ alors on obtient la quasi-connexion de Levi-Civita [14].

ii) Si F est le tenseur de Kronecker, alors du théorème 1.1 on obtient le théorème de D. K. Sen et J. R. Vanstone [12].

§2. **Quasi-connexions de Lyra.** Soient (M, g) une variété pseudo-riemannienne, $F \in \mathcal{T}^1_1(M)$ un champ non-dégénéré et $\omega \in \mathcal{T}^0_1(M)$ une 1-forme sur M.

2.1. **Définition.** *Une quasi-connexion D^F sur M avec la torsion T^F s'appelle la quasi-connexion de Lyra associée à ω si pour tout $X \in \mathcal{T}^1_0(M)$ on a*

$$D^F_X g = 0 \quad \text{et} \quad 2T^F = F \otimes \omega - \otimes F\omega$$

2.2. **Proposition.** *Soient (M, g) une variété pseudo-riemannienne, $F \in \mathcal{T}^1_1(M)$ un champ non-dégénéré et $\omega \in \mathcal{T}^0_1(M)$. Alors il existe une unique quasi-connexion de Lyra D^F associée à ω.*

Démonstration. On utilise le théorème 1.1 pour $C = 0$ et $B = (1/2)(F \otimes \omega - \omega \otimes F)$. On obient la formule suivante.

$$\begin{aligned} 2g(D^F_X Y, Z) &= (d^F g(Y, Z))(X) + (d^F g(X, Z))(Y) - (d^F g(X, Y))(Z) - \\ &- g(Y, \tilde{F}([F(X), F(Z)])) - g(Z, \tilde{F}([F(Y), F(X)])) + \\ &+ g(X, F([\tilde{F}(Z), F(Y)])) - (1/2)\omega(Z)(g(Y, F(X)) + g(X, F(Y))) + \\ &+ (1/2)\omega(Y)(g(F(X), Z) + g(X, F(Z))) + (1/2)\omega(X)(g(Y, F(Z)) - \\ &- g(F(Y), Z)). \end{aligned} \tag{2.1}$$

2.3. *Remarque.* Si F est le tenseur de Kronecker, alors la formule (2.1) nous montre que D^F est la connexion linéaire de Lyra associée à ω [10], [15].

§3. **Quasi-connexions de Weyl.** Soit (M, g) une variété pseudo-riemannienne et soit $\hat{g}$ la structure conforme engendrée par g, c'est-à-dire

$$\hat{g} = \{e^\lambda g \ \lambda \in \mathcal{F}(M)\}.$$

Soit un champ $F \in \mathcal{T}^1_1(M)$.

3.1. **Définition.** *Nous appelons quasi-structure de Weyl sur la variété conforme $(M, \hat{g})$ une aplplication*

$$W^F : \hat{g} \to \mathcal{T}^0_1(M),$$

qui vérifie

$$W^F(e^\lambda g) = W^F(g) - d^F\lambda, \quad (\forall)\lambda \in \mathcal{F}(M). \tag{3.1}$$

3.2. **Proposition.** *Si W^F est une quasi-structure de Weyl sur la variété conforme $(M, \hat{g})$, alors pour tout $\bar{g} \in \hat{g}$ on a*

$$W^F(e^\lambda \bar{g}) = W^F(g) - d^F\lambda, \quad (\forall)\lambda \in \mathcal{F}(M). \tag{3.1'}$$

Démonstration. Soit $\bar{g} \in \hat{g}$. On a $\bar{g} = e^\mu g$, où $\mu \in \mathcal{F}(M)$. Pour tout $\lambda \in \mathcal{F}(M)$ nous avons

$$W^F(e^\lambda \bar{g}) = W^F(e^{\lambda+\mu} g) = W^F(g) - d^F(\lambda + \mu) = W^F(\bar{g}) - d^F\lambda.$$

3.3. *Remarque* 3.3.1. Si F est le tenseur de Kronecker, alors la formule (3.1) nous montre que W^F est une structure de Weyl sur la variété conforme $(M, \hat{g})$ [5].

3.3.2. Soient une métrique pseudo-riemannienne g sur une variété différentiable M, un champ de tenseurs $F \in \mathcal{T}^1_1(M)$ et une 1-forme $\omega \in \mathcal{T}^0_1(M)$. Notons par $\hat{g}$ la structure conforme engendrée par g. Nous définissons l'application

$$W^F : \hat{g} \to \mathcal{T}^0_1(M),$$

par la formule

$$W^F(e^\lambda g) = \omega - d^F\lambda, \quad (\forall)\lambda \in \mathcal{F}(M).$$

Puisque nous avons

$$W^F(e^\lambda g) = W^F(g) - d^F\lambda, \quad (\forall)\lambda \in \mathcal{F}(M),$$

il en résulte que W^F est une quasi-structure de Weyl sur la variété conforme $(M, \hat{g})$. Donc, un champ $F \in \mathcal{T}^1_1(M)$ et une 1-forme $\omega \in \mathcal{T}^0_1(M)$ détermine une unique quasi-structure de Weyl sur la variété conforme $(M, \hat{g})$.

3.4' **Définition.** *Soit W^F une quasi-structure de Weyl sur la variété conforme $(M, \hat{g})$. On dit qu'une quasi-connexion D^F sur M est compatible avec la quasi-structure de Weyl W^F si pour tout champ $X \in \mathcal{T}^1_0(M)$ on a*

$$D^F_X g + W^F(g)(X) g = 0. \tag{3.2}$$

La quasi-connexion D^F qui satisfait (3.2) est appellée la quasi-connexion de Weyl.

3.5. **Proposition.** *Si D^F est une quasi-connexion compatible avec la quasi-structure de Weyl W^F, alors pour tout $g \in \hat{g}$ a lieu la relation*

$$D^F_X g + W^F(\bar{g})(X)\bar{g} = 0, \quad (\forall) X \in \mathcal{T}^1_0(M). \tag{3.2'}$$

Démonstration. Soit $\bar{g} = e^{\mu} g$, où $\mu \in \mathcal{F}(M)$. Il s'ensuit

$$D^F_X \bar{g} + W^F(g)(X)\bar{g} = e^{\mu}\{D^F_X g + W^F(g)(X)g\}.$$

On constate sans peine que (3.2') représente en effet la relation (3.2) multipliée par e^{μ}.

3.6. **Proposition** *Etant données : — une variété pseudo-riemannianne (M, g), — un champ tensoriel non-dégénéré $F \in \mathcal{T}^1_1(M)$, — une quasi-structure de Weyl W^F sur la variété conforme $(M, \hat{g})$, alors il existe une unique quasi-connexion D^F sur M, symétrique et compatible avec la quasi-structure de Weyl W^F.*

Démonstration. On emploie le théorème 1.1 pour $B = 0$ et

$$C(X, Y, Z) = -W^F(g)(X)g(Y, Z).$$

On obtient la formule suivante :

$$\begin{aligned} 2g(D^F_X Y, Z) = {} & (d^F g(Y, Z))(X) + (d^F g(X, Z))(Y) - (d^F g(X, Y))(Z) - \\ & - g(Y, \tilde{F}([F(X), F(Z)])) - g(Z, \tilde{F}([F(Y), F(X)])) + \\ & + g(X, \tilde{F}([F(Z), F(Y)])) + W^F(g)(X)g(Y, Z) + W^F(g)(Y)g(X, Z) - \\ & - W^F(g)(Z)g(X, Y). \end{aligned} \tag{3.3}$$

3.7. *Remarque* 3.7.1. Si F est le tenseur de Kronecker, alors la relation (3.2) nous montre que D^F est la connexion linéaire de Weyl et la formule (3.3) nous dit que D^F est la connexion linéaire symétrique de Weyl [10], [12].

3.7.2. Si $W^F(g) = 0$, alors la formule (3.3) montre que D^F est la quasi-connexion de Levi-Civita [14].

§ 4. **Les paires de quasi-connexions compatibles à une quasi-structure de Weyl.** Soient une variété pseudo-riemannienne (M, g), un champ non dégénéré $F \in \mathcal{T}^1_1(M)$ et deux quasi-connexions $\overset{1}{D}{}^F, \overset{2}{D}{}^F$ sur M. Pour tout $X, Y, Z \in \mathcal{T}^1_0(M)$ nous notons

$$(\overset{12}{D}{}^F_X g)(Y, Z) = (d^F g(Y, Z))(X) - g(\overset{1}{D}{}^F_X Y, Z) - g(Y, \overset{2}{D}{}^F_X Z). \tag{4.1}$$

On dit que $\overset{12}{D}{}^F_X g$ est la quasi-derivée covariante mixte du champ tensoriel g.

Soit W^F une quasi-structure de Weyl sur la variété conforme $(M, \hat{g})$.

4.1. **Définition.** *Une paire de quasi-connexions $(\overset{1}{D}{}^F, \overset{2}{D}{}^F)$ s'appèlle compatible avec la quasi-structure de Weyl W^F sur la variété conforme $(M, \hat{g})$ si*

$$\overset{12}{D}{}^F_X g + W^F(g)(X)g = 0, \quad (\forall) X \in \mathcal{T}^1_0(M). \tag{4.2}$$

4.2. **Proposition.** *Si $(\overset{1}{D}{}^F, \overset{2}{D}{}^F)$ est une paire de quasi-connexions compatible avec la quasi-structure de Weyl W^F sur la variété conforme $(M, \hat{g})$ alors pour tout $\bar{g} \in \hat{g}$ on a la relation*

$$\overset{12}{D}{}^F_X \bar{g} + W^F(g)(X)\bar{g} = 0, \quad (\forall) X \in \mathcal{T}^1_0(M).$$

Démonstration. On tient compte des relations (4.1) et (3.1).

4.3. **Proposition.** *Soit W^F une quasi-structure de Weyl sur la variété conforme $(M, \hat{g})$ et soit $(\overset{1}{D}{}^F, \overset{2}{D}{}^F)$ une paire de quasi-connexions sur M. Les quatre propriétés suivantes sont équivalentes :*

(i) *La paire de quasi-connexions $(\overset{1}{D}{}^F, \overset{2}{D}{}^F)$ est compatible avec la quasi-structure de Weyl W^F,*

(ii) *On a la relation*

$$\overset{21}{D}{}^F_X g + W^F(g)(X)g = 0 ; \tag{4.3}$$

quel que soit $X \in \mathcal{T}^1_0(M)$;

(iii) *On a la relation*

$$g(\overset{2}{D}{}^F_X Z, Y) = g(\overset{1}{D}{}^F_X Z, Y) + (\overset{1}{D}{}^F_X g)(Y, Z) + W^F(g)(X)g(Y, Z) = 0, \tag{4.4}$$

quels que soient $X, Y, Z \in \mathcal{T}^1_0(M)$.

(iv) *En posant :*

$$A = \overset{2}{D}{}^F - \overset{1}{D}{}^F, \quad 2D^F = \overset{2}{D}{}^F + \overset{1}{D}{}^F,$$

on a les deux relations :

$$g(A(X, Y), Z) = g(A(X, Z), Y), \tag{4.5}$$

$$D^F_X g + W^F(g)(X)g = 0, \tag{4.6}$$

quels que soient $X, Y, Z \in \mathcal{T}^1_0(M)$.

Démonstration. (i)$\Leftrightarrow$(ii) On emploie la relation

$$\overset{12}{D}{}^F_X g = \overset{21}{D}{}^F_X g, \quad (\forall) X \in \mathcal{T}^1_0(M),$$

(i)$\Leftrightarrow$(iii) On utilise la relation

$$(\overset{12}{D}{}^F_X g)(Y, Z) = (\overset{1}{D}{}^F_X g)(Y, Z) + g(Y, \overset{1}{D}{}^F_X Z) - g(Y, \overset{2}{D}{}^F_X Z).$$

(i)$\Rightarrow$(iv) De (4.2) il résulte

$$(\overset{12}{D}{}^F_X g)(Y, Z) = (\overset{12}{D}{}^F_X g)(Z, Y) \tag{4.2'}$$

quels que soient $X, Y, Z \in \mathcal{T}^1_0(M)$. En tenant compte de (4.2) et (4.2') on obtient la relation (4.5).

En utilisant la relation

$$\overset{12}{D}{}^F_X g + \overset{21}{D}{}^F_X g = 2D^F_X g$$

et la formule (4.2) on obtient facilement (4.6).

(iv)$\Rightarrow$(i) De (4.5) nous avons

$$\frac{1}{2} g(\overset{2}{D}{}^F_X Y - \overset{1}{D}{}^F_X Y, Z) - \frac{1}{2} g(\overset{2}{D}{}^F_X Z - \overset{1}{D}{}^F_X Z, Y) = 0. \tag{4.5'}$$

Si l'on somme la formule (4.5') avec (4.6) on obtient (i).

4.4. *Remarque.* 4.4.1. Si F est le tenseur de Kronecker et $W^F(g)=0$ alors la formule (4.1) nous montre que la paire de connexions linéaires $(\overset{1}{D}{}^F, \overset{2}{D}{}^F)$ est une paire de connexions Norden-Miron [9].

4.4.2. De (4.2) et (4.3) il résulte que l'ordre des quasi-connexions $\overset{1}{D}{}^F$, $\overset{2}{D}{}^F$ dans la paire de quasi-connexions compatible à la quasi-structure de Weyl W^F n'est pas essentielle.

4.4.3. La relation (4.4) montre que pour une quasi-structure de Weyl W^F sur la variété conforme $(M, \hat{g})$ et une quasi-connexion $\overset{1}{D}{}^F$ sur M, il existe une unique quasi-connexion $\overset{2}{D}{}^F$ sur M telle que la paire $(\overset{1}{D}{}^F, \overset{2}{D}{}^F)$ soit compatible à la quasi-structure de Weyl W^F.

4.4.4. Si nous posons $S(X, Y, Z) = g(A(X, Y), Z)$, alors la relation (4.5) montre que le champ tensoriel $S \in \mathcal{T}^0_3(M)$ est symétrique en Y et Z. La relation (4.6) montre que la quasi-connexion D^F est compatible avec la quasi-structure de Weyl W^F. On obtient donc une interprétation géométrique pour la paire de quasi-connexions $(\overset{1}{D}{}^F, \overset{2}{D}{}^F)$ qui vérifient (4.2).

4.4.5. Les quasi-connexions symétriques $\overset{1}{D}{}^F$, $\overset{2}{D}{}^F$ étant données par

$$\overset{1}{D}{}^F = D^F - \frac{1}{2} A, \quad \overset{2}{D}{}^F = D^F + \frac{1}{2} A,$$

en vertu de l'observation 4.4.4 on déduit les relations :

$$\begin{aligned} 2g(\overset{1}{D}{}^F_X Y, Z) = {} & (d^F g(Y, Z))(X) + (d^F g(X, Z))(Y) - (d^F g(X, Y))(Z) - \\ & - g(Y, \tilde{F}([F(X), F(Z)])) - g(Z, \tilde{F}([F(Y), F(X)])) + g(X, \tilde{F}([F(Z), F(Y)])) + \\ & + W^F(g)(X) g(Y, Z) + W^F(g)(Y) g(X, Z) - W^F(g)(Z) g(X, Y) - \\ & - g(A(X, Y), Z), \end{aligned} \tag{4.7}$$

$$\begin{aligned} 2g(\overset{2}{D}{}^F_X Y, Z) = {} & (d^F g(Y, Z))(X) + (d^F g(X, Z))(Y) - (d^F g(X, Y))(Z) - \\ & - g(Y, \tilde{F}([F(X), F(Z)])) - g(Z, \tilde{F}([F(Y), F(X)])) + \\ & + g(X, \tilde{F}([F(Z), F(Y)])) + W^F(g)(X) g(Y, Z) + W^F(g)(Y) g(X, Z) - \\ & - W^F(g)(Z) g(X, Y) + g(A(X, Y), Z). \end{aligned} \tag{4.8}$$

Si nous nous proposons d'établir les formules générales qui permettent d'obtenir toutes les paires de quasi-connexions symétriques compatibles à la quasi-structure de Weyl W^F, alors évidemment la solution du problème est donnée par les formules (4.7), (4.8). En prenant dans (4.7), (4.8) le champ tensoriel $A \in \mathcal{T}^1_2(M)$ arbitraire tel que :

$$A(X, Y) - A(Y, X) = 0, \quad (\forall) X, Y \in \mathcal{T}^1_0(M) \tag{4.9}$$

nous obtenons toutes les paires $(\overset{1}{D}{}^F, \overset{2}{D}{}^F)$ de quasi-connexions symétriques compatibles à la quasi-structure de Weyl W^F sur la variété conforme $(M, \hat{g})$. On a ainsi le

4.5. **Théorème.** *Les seules paires $(\overset{1}{D}{}^F, \overset{2}{D}{}^F)$ de quasi-connexions symétriques compatibles à la quasi-structure de Weyl W^F sur la variété conforme $(M, \hat{g})$ sont données par les formules* (4.7), (4.8), *où le champ tensoriel $A \in \mathcal{T}^1_2(M)$ est arbitraire tel qu'on a* (4.9).

4.6. **Corollaire.** *Supposons que F est le tenseur de Kronecker et que $W^F(g) = 0$. Alors il résulte que les seules paires $(\overset{1}{D}{}^F, \overset{2}{D}{}^F)$ de connexions de Norden-Miron sont données par les formules* [9] :

$$\begin{aligned} 2g(\overset{1}{D}{}^F_X Y, Z) = {} & X(g(Y, Z)) + Y(g(X, Z)) - Z(g(X, Y)) - g(Y, [X, Z]) - \\ & - g(Z, [Y, X]) + g(X, [Z, Y]) - g(A(X, Y), Z), \\ 2g(\overset{2}{D}{}^F_X Y, Z) = {} & X(g(Y, Z) + Y(g(X, Z)) - Z(g(X, Y)) - g(Y, [X, Z]) - \\ & - g(Z, [Y, X]) + g(X, [Z, Y]) + g(A(X, Y), Z), \end{aligned}$$

où $A \in \mathcal{T}^1_2(M)$ est un champ arbitraire tel qu'on a la relation (4.9).

BIBLIOGRAPHIE

1. Di Comite, C. — *Pseudoconnessioni lineari su una varietà differenziabile di classe C^∞*, Ann. Mat. Pura Applicata, 83 (1969), 133 — 152.
2. Di Comite, C. — *Sulla curvatura della pseudoconnessioni su uno spazio fibrato principale differenziabile*, Accademia Naz. dei XL, Serie IV, vol. XXIV-XXV (1974), 1 — 19
3. Di Comite, C. — *Geodesiche rispetto ad una pseudoconnessione lineare su una varietà differenziable*, Matematiche, vol. XXX (1975), 320 — 337.
4. Cruceanu, V. — *Sur certaines espece de quasi-connexions*, Bollettiono U.M.I. (4) 12 Supl. fasc. 3 (1975), 271 — 278.
5. Folland, G. — *Weyl manifolds* J. Diff. Geom. 4 (1970), 145 — 153.
6. Giublesi, D. — *Connessioni affini generalizzate su varietà differenziabili e loro proprietà*, Rend. Semin. Mat. Torino, 23 (1969 — 70).
7. Marinosci R. A. — *Pseudoconnessioni lineari invarianti su uno spazio omogeneo riduttivo*, Bollettino U.M.I., (5) 14 — 4 (1977), 382 — 390.
8. Marinosci, R. A. — *Pseudoconnessioni lineari invarianti cannoniche su uno spazio omogeneo riduttivo*, Rend. Semin. Mat. Torino, 35 (1976 — 77), 475 — 484.
9. Nicolescu, L. — *Sur les transformations de Norden-Miron*, Bul. Inst. Politeh. Bucur. Ser. Electroteh. (1971), 9 — 14.
10. Nicolescu, L. — *Sur la géometrie de l'algèbre associée à un champ tensoriel du type (1, 2)*, Tensor, N. S. 38 (1982), 235 — 241.
11. Obădeanu, V. — *Introducere în analiza pe varietăţi*, II, Tipografia Universităţii din Timişioara, 1985.

12. Sen, D. K. and Vanstone, J. R. — *On Weyl and Lyra manifolds*, J. Math. Phys., 13 (1972), 990 — 993.
13. Vamanu, E. — *Cvasi-conexiuni pe spații cu structură aproape produs*, An. șt. Univ. Iași, s. Ia XIII (1967) 401 — 407.
14. Vamanu, E. — *Cvasi-conexiuni pe varietăți diferențiabile*, An. șt. Univ. Iași, s. I a XVI (1970), 383 — 388; XVIII (1972), 161 — 166.
15. Vrânceanu, G. Martin, M. și Nicolescu, L. — *Geometria algebrelor de deformare*, Tipografia Universității din București, 1983.
16. Wong, Y. C. — *Linear connections and quasi connections on a differentiable manifold*, Tohoku Math. Journ. 14 (1962), 48 — 63.

Received 20 XII 1985

Faculté de Mathématique
Université de Bucarest
Bucarest, Roumanie

Analele științifice ale Universității „Al. I. Cuza" din Iași
Tomul XXXIII, s. I a, Matematică, 1987, f. 1

RECENZII

U. BOTTAZZINI: *The Higher Calculus: A History of Real and Complex Analysis from Euler to Weierstrass*, Springer-Verlag, New York, Berlin, Heidelberg, London, Paris, Tokyo, 1986, 332 p., DM 96.

Lucrarea pe care o prezentăm își are punctul de plecare într-o serie de cursuri pe care autorul le-a predat la Universitatea din Calabria, în intervalul 1977—1979. Ea este axată pe istoria matematicii din sec. XIX, secol ce reprezintă perioada cea mai fertilă în cercetarea matematică din toate timpurile; Bottazzini ne convinge de acest lucru, în cele șapte capitole ale excelentei sale cărți, care ne aduce un impresionant volum de fapte, prezentate într-o viziune deosebit de interesantă; lectura ei conturează perfect ideea că, în secolul trecut, întreaga cercetare matematică a fost ghidată de un fir al Ariadnei, în care s-au împletit două probleme majore: teoria seriilor de funcții, în principal teoria seriilor Fourier, și teoria integrării. În acest context, s-a fundamentat, prin Cauchy, Riemann și Weierstrass, teoria funcțiilor reale și aceea a funcțiilor complexe, s-a cristalizat noțiunea de funcție, s-a realizat prezentarea riguroasă a numărului real, s-a conturat axiomatizarea teoriei mulțimilor ș.a.

Comentariile care însoțesc fiecare capitol din lucrare, și bibliografia bogată aduc un plus de valoare, utilei și frumoasei cărți pe care ne-o oferă Umberto Bottazzini.

Olga Costinescu

Mathématiques au fil des âges, Textes choisis et commentés par J. Dhombres, A. Dahan-Dalmedico, R. Bkouche, C. Houzel et M. Guillemot, I.R.E.M., Groupe Eppistémologie et Histoire, Gauthier-Villars, Paris, 1987, XIV + 327 p., 150 F

Cartea cuprinde un număr impresionant de fragmente din texte originale de matematici, începînd din antichitate, pînă în secolul XIX, fiecare fragment fiind însoțit de comentarii competente. Scopul mărturisit este de a ușura și în același timp de a da perspectivă învățămîntului matematic — în special celui secundar. Textele nu depășesc nivelul elementar de cunoaștere a matematicii. Ele sînt grupate în următoarele capitole: Obiectul și utilitatea matematicilor, Aritmetică și teoria numerelor, Algebră, Analiză, Calculul Probabilităților, Geometrie. Deși cartea nu are pretenția de a fi o lucrare de istorie, totuși cititorul își poate face o idee despre evoluția matematicii și despre conexiunile ei cu realitatea și cu celelalte discipline.

Adolf Haimovici

A. HERSKOVITS: *Language and spatial cognition. An interdisciplinary study of the prepositions in English*, Studies in Natural Language Processing, Cambridge University Press, Cambridge, London, New York, New Rochelle, Melbourne, Sydney, 1986, X + 208 p., £ 25.00.

Cartea prezintă o analiză detaliată a semanticii și pragmaticii expresiilor locative, propunînd un model de calcul al înțelegerii și producerii acestor expresii în domeniul spațial. O teză fundamentală a cărții este că utilizarea spațială a prepozițiilor reprezintă esența înțelesului prepozițiilor. Informația lexicală este asignată fiecărei prepoziții pe două nivele: *înțelesul ideal* și *tipurile de utilizare*. Interpretările expresiilor locative sînt reprezentate prin formule din cadrul logicii de primul ordin, autoarea considerînd că „nu există nici un avantaj în utilizarea unor notații cum sînt rețelele semantice, limbajul KRL (Bobrow și Winograd 1977) și altele". Descrierile geometrice ale expresiilor locative sînt