BOOK REVIEWS

KOCK, JOACHIM; VAINSENCHER, ISRAEL – *An Invitation to Quantum Cohomology*, Kontsevich's Formula for Rational Plane Curves, Progress in Mathematics, vol. 249, Birkhäuser, Boston-Basel-Berlin, 2007, xiv+160p., Hardcover, CHF 68.00/EUR 42.00*, ISBN 0-8176-4456-3, ISBN 978-0-8176-4456-7.

This book is an elementary introduction to stable maps and quantum cohomology, starting with an introduction to stable pointed curves, and culminating with a proof of the associativity of the quantum product. The viewpoint is mostly that of enumerative geometry, and the red thread of the exposition is the problem of counting rational plane curves. Emphasis is given throughout the exposition to examples, heuristic discussions, and simple applications of the basic tools to best convey the intuition behind the subject. The book demystifies these new quantum techniques by showing how they fit into classical algebraic geometry. Some familiarity with basic algebraic geometry and elementary intersection theory is assumed. Each chapter concludes with some historical comments and an outline of key topics and themes as a guide for further study, followed by a collection of exercises that complement the material covered and reinforce computational skills.

As such, the book is deal for self-study, as a text for min-course in quantum cohomology, or a special topics text in a standard course in intersection theory. The book will prove equally useful to graduate students in the classroom setting as to researches in geometry and physics who which to learn about the subject.

***

KRIM, HAMID; YEZZI JR., ANTHONY (Eds.) – *Statistics and Analysis of Shapes*, Modelling and Simulation in Science, Engineering and Technol-

ogy, Birkhäuser, Boston-Basel-Berlin, 2006, xi+395pp., 143 illus., Hardcover CHF 108.00/EUR 68.00*, ISBN 0-8176-4376-1.

Prezentul volum reuneşte un număr de 15 capitole consacrate statisticii şi analizei formelor. Prin conţinutul său volumul se constituie ca o primă tratare sistematică şi originală a teoriei, metodelor şi algoritmilor ce fundamentează studiul problemei recunoaşterii formelor. Întrucât fiecare capitol este vast şi insoţit de o bibliografie bogată vom semnala numai anumite concepte noi şi aspecte privind subiectele tratate.

În statistica descriptivă unidimensională unul dintre indicatorii de pozitiţie este mediala. Extinzând acest indicator H. Blum introduce noţiunile de axă medială (pentru forme bidimensionale) şi suprafaţă medială (pentru forme tridimensionale). O tehnică standard pentru descrierea variabilităţii statistice a datelor situate în spaţiul euclidian $\mathbb{R}^d$ este analiza componentelor principale. Extinderea naturală a acestei tehnici o reprezintă analiza geodezicelor principale pentru datele situate pe o varietate riemanniană. Un prim pas ce a făcut posibilă această extindere a fost definirea noţiunilor de valoare medie intrinsecă şi extrinsecă. În cazul mediei intrinseci se prezintă şi algoritmi de calcul. Un procedeu, folosit în statistica multidimensională, care permite determinarea elementului comun în evoluţia unui ansamblu de variabile, folosind valorile ajustate ale variabilelor în locul datelor iniţiale, îl constituie analiza imaginii. Acest procedeu este indispensabil în biologia computaţională şi analiza datelor financiare. În scopul clasificării, comprimării şi reconstrucţiei formelor sunt necesare determinarea dimensiunii intrinseci a varietăţii şi calculul entropiei repartiţiei de selecţie pe varietate. Estimatorii găsiţi pentru dimensiune şi entropie se bazează pe rezultate din teoria grafurilor aleatoare şi teoria matematică a informaţiei. În acest sens, amintim rezultatul conform căruia comportarea limită a lungimii totale a muchiilor grafului entropic este determinată de α-entropia unei densităţi de repartiţie în $\mathbb{R}^d$. O axiomatizare a α-entropiei a fost dată de A. Rényi în 1961. În cazul când α tinde către 1, α-entropia devine entropia informaţională introdusă de C.E. Shannon în 1948. Un alt aspect al statisticii formelor îl reprezintă procesarea imaginilor care foloseşte rezultate din analiza bayesiană. O atenţie deosebită se dă analizei formelor aleatoare. Printre primii matematicieni, care au contribuţii legate de acest subiect, se numără M. Fréchet care încă din 1961 s-a ocupat de curbele aleatoare şi G. Matheron care în 1975 publică cartea "Mulţimi aleatoare şi geometria integrală".

Prin conţinut volumul poate interesa cercetătorii preocupaţi atât de teoria recunoaşterii formelor cât şi de utilizarea acesteia în domenii ca medicina (imagistica medicală), biologia, fizica, ingineria. Pentru înţelegerea conţinutului sunt necesare cunoştinţe fundamentale de geometrie, topologie, probabilităţi, statistică matematică, teoria grafurilor, teoria matematică a informaţiei, fizică statistică şi analiza datelor.

Elena Nenciu

CHRISTENSEN, OLE; CHRISTENSEN, L. KHADIJA – *Approximation Theory*, From Taylor polynomials to wavelets, Applied and Numerical Harmonic Analysis, Birkhäuser, Boston-Basel-Berlin, xii+162pp., ISBN 0-8176-3600-5, ISBN 978-0-8176-3600-5.

The book contains the following chapters: 1 Approximation with Polynomials, 2 Infinite Series, 3 Fourier Analysis, 4 Wavelets and Applications, 5 Wavelets and their Mathematical Properties. Also, in four Appendix the author give the proof of some theorems and some special power series and Fourier series.

From author's Preface: "This book gives an elementary introduction to a classical area of mathematics-approximation theory-in a way that naturally leads to the modern field of wavelets. The main thread throughout the book is the idea of approximating "complicated expressions" with "simpler expressions", and how this plays a decisive role in many areas of modern mathematics and its applications.

One of the main goals of the presentation is to make it clear to the reader that mathematics is a subject in a state of continuous evolution. This fact is usually difficult to explain to students at or near their second year of university. Often, teachers do not have adequate elementary material to give to students as motivation and encouragement for their further studies. The present book will be of use in this context because the exposition demonstrates the dynamic nature of mathematics and how classical disciplines influence many areas of modern mathematics and applications. The book may lead readers toward more advanced literature, such as the order publications in the *Applied and Numerical Harmonic Analysis* series (ANHA), by introducing ideas presented in several of those books in an elementary context.

The focus here is on ideas rather than on technical details, and the book is not primarily meant to be textbook. However, it may be used as such in courses on infinite series and Fourier series, where ideas and motivation are more important than proofs. In such courses, it will be natural to use some of the material from the two wavelet chapters as a guide toward more recent research, and as inspiration for further reading. The purpose of these two chapters is to present wavelets as a natural continuation of the material from the previous chapters. We are not aiming for a comprehensive treatment, and for these reasons, fewer exercises accompany the wavelet chapters as compared to the number of exercises included after the first three chapters."

***

STEFFENS, KARL-GEORG – *The history of approximation theory*, *From Euler to Bernstein*, Birkhäiser, Boston-Basel-Berlin, 2006, xx+220p., ISBN 0-8176-4353-2, ISBN 978-0-8176-4353-9.

Această frumoasă, extrem de interesantă şi utilă carte este o consistentă şi vie prezentare a izvoarelor şi principalelor etape ale dezvoltării teoriei aproximării, de la începuturile ei, marcate de lucrările lui Euler, Laplace, Gauss şi Poncelet, până în 1919, anul apariţiei lecţiilor lui Vallée-Poussin "Leçons sur l'approximation des fonctions d'une variable réelle", care sintetizează problemele de bază ale teoriei aproximării până la acea dată. După ce în *Prefaţă*, autorul prezintă scopul, reperele şi limitările pe care si le-a impus în investigaţiile sale, în *Introducere*, care se deschide cu expresia lui B. Russel "*Orice ştiinţă extactă este dominată de ideea aproximării*", se face o concisă, dar cuprinzătoare expunere a etapelor care au marcat evoluţia teoriei aproximării şi expune iedile de bază care au impus substanţa şi structura acestui volum. Conţinutul propriu zis al cărţii este structurat în următoarele capitole: 1 *Precursorii*, 2 *Pafnuti Lvovich Chebyshev*, 3 *Şcoala matematică de la Sankt-Petersburg,* 4 *Dezvoltarea* (teoriei aproximării) *în afara Rusiei*, 5 *Teoria constructivă a funcţiilor Harkov.*

În Capitolul 1 sunt analizate în detaliu consecinţele şi metodele care au rezultat din două lucrări considerate a sta la originea teoriei aproximării uniforme. Prima din acestea este lucrarea lui Euler "*De proiectione geographica De Lisliana in mappa generali imperii Russici ursitata*", din 1777, apărută în *Acta accademiae scientiarum Petropolitane*, unde se face o analiză amănunţită a preciziei locale şi globale a proiecţiei conice folosită de J. De Lisle (1688-1768) la trasarea hărţii Imperiului rus din 1745-*Mappa Generalis Totius Imperii Russici*-la care a cooperat şi Euler. A doua lucrare analizată este faimoasa carte a lui Laplace "*Traite de mécanique céleste*" din 1843-de fapt este analizat § 39 al cărţii publicat separat în 1799-unde se pune problema determinării elipsoidului de cea mai bună aproximaţie a suprafeţei pământului.

După prezentarea unor date importante din viaţa lui Cebîşev (1821-1894), în Capitolul 2 se face analiza contribuţiilor acestui mare matematician, în contextul istoric respectiv, şi sunt evidenţiate unele din opiniile acestuia privind scopul, metodele şi bazele matematicii. Teoria mecanismelor, care a fost pasiunea de o viaţă a lui Cebîşev, a fost cea care l-a introdus în teoria aproximării. În 1852 Cebîşev vizitează Belgia, Franţa, Anglia şi Germania şi se întâlneşte cu unii din marii matematicieni ai vremii: Sylvester, Cayley, Cauchy, Liouville, Bienaymé şi Hermite. Foloseşte rezultatele lui Poncelet din 1835 privind aproximarea liniară şi raţională a expresiilor $\sqrt{a^2+b^2}$ şi $\sqrt{a^2-b^2}$, în lucrarea sa din 1854 "*Théorie des mécanismes, connus sous le nom de parallelogrammes*" în care expune bazele matematice ale teoriei mecanismelor. Prima abordare teoretică de amploare a lui Cebîşev în teoria aproximării este monografia sa "*Sur les questions de minima qui se rattachent à la représentation approximative des fonctions*". Aceste lucrări şi consecinţele lor sunt analizate in sectiunile 2.3 şi 2.4. Sunt apoi puse în evidenţă contribuţiile lui Cebîşev în teoria polinoamelor ortogonale, fracţiilor continue, geodezicelor şi în cartografie, în reprezentarea aproximativă a formulelor de cuadratură şi în aproximarea integralelor eliptice. Renumele de mare matematician al lumii este pe deplin justificat cel puţin prin lucrările din tinereţe:

a) Teoria numerelor (teza de doctorat "*Teoria congruenţelor*" din 1849, publicată în germană în 1888 şi în italiană în 1896), teorema numerelor prime aparută în 1848 şi publicată în franceză în 1852; b) studiul integralelor eliptice, abordate încă din 1847 în dizertaţia *pro venia legendi* (care-i dădea dreptul să predea la universitate) "*Asupra integrării cu ajutorul logaritmilor*" şi c) bazele axiomatice ale teoriei probabilităţilor care a făcut obiectul tezei de licenţă "*Incercare de analiză elementară în teoria probabilistică*" din 1845. Această diversitate de preocupări este completată de contribuţii importante la rezolvarea unor probleme speciale; fără îndoială, un loc aparte îl ocupă articolul "Sur la coupe des vêtements" care redă conţinutul unei conferinţe ţinută la Paris (Cebîşev era un excelent vorbitor de franceză) pe 28 august 1878 la "*Asociaţia franceză pentru progresul ştiinţelor*". Nu mai puţin contrariante au fost unele lucrări de teoria mecanismelor. Generaţia care a urmat l-a considerat pe Cebîşev alături de Lobacevski (1792-1856), ca cel mai mare matematician rus al secolului XIX.

În Capitolul 3 se fac ample referiri privind bibliografia, activitatea didactică şi contribuţiile ştiinţifice ale următorilor elevi şi colaboratori ai lui Cebîşev: A.N. Korkin (1837-1906), A.E. Zolotarev (1847-1878), A.A. Markov (1856-1922), fratele (după tată) al acestuia V.A. Markov (1871-1897), J.K. Sohotki (1842-1927) şi K.A. Passe (1847-1928). Prin diversitatea preocupărilor ştiinţifice, scopul şi metodele de cercetare, cât şi prin numărul mare al lucrărilor publicate, A.A. Markov este ca personalitate ştiinţifică cel mai apropiat de Cebîşev. Un loc aparte în economia acestui capitol este acordat lecţiilor lui A.A. Markov, "*Asupra funcţiilor având cea mai mică abatere posibilă de la zero*" ţinute ca "*lecţii libere*" în timpul mişcărilor studenţeşti din 1905-1906. Aceste lecţii prezintă într-o formă clară şi modernă, rezultatele principale definitorii ale şcolii matematice de la Petersburg şi marchează sfârşitul primei etape a dezvoltării teoriei aproximării în Rusia.

O prezentare de ansamblu a evoluţiei teoriei aproximării în vestul Europei, evoluţie complet diferită de cea a şcolii de la Petersburg se face în

Capitolul IV. În secţiunea 4.1 este evidenţiat efortul susţinut depus de F. Klein (1849-1925) pentru cunoaşterea directă a lucrărilor matematicienilor ruşi de către cei aparţinând şcolii de la Göttingen. Până la sfârşitul acestui capitol sunt analizate unele realizări semnificative în teoria aproximării în Europa de vest punându-se accent pe rolul incontestabil al şcolii de la Göttingen, "Mecca" matematicii la începutul secolului XX.

La începutul secolului XV noul centru al dezvoltării teoriei aproximării din Rusia devine oraşul Harkov care avea o bună reputaţie ca centru al matematicii din Ucraina. La Harkov exista universitate din 1804 şi, după 1900, activau aici uni din cei mai distinşi profesori din Rusia: A.N. Tihomandritki (1844-1821), A.M. Liapunov (1857-1918), D.A. Grave (1863-1939) şi V.A. Steklov (1864-1926). În aceste condiţii, rezultatele de pionerat ale şcolii de la Petersburg şi cele moderne, având baze teoretice solide, din vestul Europei au găsit teren propice de dezvoltare la Harkov datorită activitătii remarcabile a lui A.B. Pşebovski (1871-1941) şi S.N. Bernstein (1880-1968). Capitolul V este de fapt o prezentare a vieţii şi o analiză a contribuţiilor ştiinţifice a acestor doi mari creatori de şcoală. Biografiile lui Pşebovski şi Bernstein au multe în comun; amândoi au suferit rigorile la care erau supuşi minoritarii, cel puţin în perioada de tinereţe, au avut unele greutăţi în promovarea în erarhia universitară la începutul carierei au cunoscut suferinţele şi consecinţele celor două războaie mondiale, au cunoscut foarte bine atmosfera stiinţifică şi viaţa universitară din vestul Europei şi amândoi au avut realizări ştiinţifice remarcabile. Trebuie remarcat rolul important pe care l-a avut Pşebovski în următoarele trei privinţe: mediator între direcţiile de cercetare din estul şi vestul Europei, autor al unor contribuţii esenţiale în teoria aproximării şi ca susţinător cunoscut al lui Bernstein. Pşebovski a fost îndrumător al tezei de licenţă "*Cercetarea şi rezolvarea ecuaţiilor cu derivate parţiale de ordinul al doilea*" susţinută de Bernstein la Harkov în 1908 şi a tezei de doctorat susţinută în 1912 şi având titlul "*Asupra celei mai bune aproximări a funcţiilor continue prin polinoame de grad dat*". Teza de doctorat "*Sur la nature analitique des solutions des équations aux dérivées partielles du second ordre*" susţinută de Bernstein în 1904 sub îndumarea lui Picard, deşi era o contribuţie importantă la rezolvarea celei de a XIX-a probleme a lui Hilbert, nu a fost recunoscută în Rusia; titlurile ştiinţifice obţinute în străinătate nu erau atunci recunoscute în Rusia. Capitolul 5 se încheie cu analiza contribuţiilor lui Bernstein la teoria aproximării şi cu o scurtă prezentare a teoriei constructive a funcţiilor. Găsim aici o prezentare a memoriului lui Bernstein "*Sur l'ordre de la meilleure approximation des fonctions continues par les polynomes de degré donné*". *Mém. publ. par la classe des science Acad. de Belgique, sér.* 3, 4(1912), 1-103, care a primit premiul Academiei belgiene pentru o problemă formulată de către Vallée-Poussin în 1903. Este remarcabilă atitudinea de demnitate şi curaj a lui Bernstein din timpul prigoanei staliniste din anii 1930 ai secolului trecut. Spre exemplu, în 1936 când se judeca aşa numita "*afacere Luzin*", Bernstein a avut o poziţie fermă în apărarea lui N.N. Luzin (1883-1950) acuzat de "*idealism*" deoarece rezultatele lui nu se aplicau în practică. Cartea se încheie cu două anexe:

A. *Biografiile altor reprezentaţi ai Scolii matematice de la St. Petersburg* care conţine biografiile unor importanţi "*succesori direcţi*" ai lui Cebîşev dar care nu au avut preocupări ştiinţifice ţinând la teoria aproximării.

B. *Explicaţii* B.1. *Gradele academice ruseşti*, unde se dau echivalenţe ale termenilor ce definesc gradele ştiinţifice folosite în Rusia.

Gh. Gr. Ciobanu

MULLER, JEAN-MICHEL – *Elementary Functions. Algorithms and Implementation,* Second Edition, Birkhäuser, Boston, 2006.

The author fully accomplishes his aim of giving the necessary theoretical background in order to both understand and build algorithms for the computation of elementary functions (such as sine, cosine, exponentials, logarithms), that are the most commonly used mathematical functions.

Hardware as well as software oriented algorithms are presented, together with a pertinent analysis of accurate floating-point implementations.

Approximations are made by polynomial or rational functions and very few coefficients of the approximants are given, the author pointing out that actually their computation can be easily made using Maple, for example, that he uses himself.

Good examples are always chosen in order to introduce or to illustrate the methods, following the given cases.

The book is very well structured into an introduction part and three main parts.

First, the basic's about computer arithmetic (floating-point formats, rounding modes, ULPs, fused multiply-add operations, redundant number systems: signed-digit and radix-2 redundant systems) are described.

Part I, made up of three chapters, gives first least squares and minimax polynomial approximations, the late one with Remez's algorithm, then rational approximations, the E and Estrin's methods on how a function can be approximated in such a way and error evaluation. Secondly, table-based methods are given (Table-Driven, Gal's Accurate Tables, Wong and Goto's, Ercegovac and al's, bipartite and multipartite methods). At last, multiple-precision evaluation of functions (Karatsuba's method, Newton-Raphson iteration, evaluation of power series, computations based upon the arithmetic-geometric mean) are presented.

Part II, also made up of three chapters, introduced first restoring and nonrestoring, faster shift-and-add and Baker's Predictive algorithms. Secondly, the CORDIC algorithm, starting with the conventional CORDIC iteration, passing through the scale factor compensation, CORDIC with a variable factor, the double rotation method, the Branching CORDIC algorithm, the Differential CORDIC algorithm and ending with CORDIC computation of elementary functions. At last, high-radix shift-and-add algorithms are given (Ercegovac's, the BKM algorithms).

Part III, made up of four chapters, presents first range reduction (Cody and Waite's method, Worst Cases through continued fractions, Payne and Hanek Algorithm, the Modular Algorithm), secondly the problem of preserving monotonicity and getting correctly rounded results of the floating-point implementations, then discusses exceptions, NaNs, exact results and special functions, to end with examples of implementations of the techniques described in the book.

G. Tănase

ROUBÍČEK, TOMÁŠ – *Nonlinear Partial Differential Equations with Applications*, International Series of Numerical Mathematics, vol. 153, Birkhäuser Verlag, Basel-Boston-Berlin, 2005, ISBN 3-7643-7293-1.

The book is an excellent introduction to the theory of nonlinear partial differential equations. The contents is gradually conceived, from introductory notions to deeper problems and results.

Chapter 1 is a collection of basic introductory facts from analysis and functional analysis. The rest of the material is divided into two parts, the first one devoted to stationary problems and the second one to evolution problems.

Various applications which involve elliptic partial differential equations and free boundary problems are considered in the first part. A wide range of methods from nonlinear functional analysis are described separately in corresponding chapters: monotony methods, variational inequalities, calculus of variations etc.

The second part of the book is devoted to the evolution problems; evolution equations associated to pseudomonotone, weakly continuous or accretive operators are considered. A large collection of applications may be found in the chapters of this second part, going from nonlinear parabolic equations to equations containing multivalued operators, doubly nonlinear equations, visco-elasticity etc.

All chapters contain exercises and are completed with bibliographical notes and discussions.

In conclusion, the book may be a very useful tool for those who wish to have an introduction to nonlinear partial differential equations and its applications, as well as to those who intend to do research in the field.

Cătălin Lefter

KRANTZ, STEVEN G. – *Geometric Function Theory, Explorations in Complex Analysis*, Birkhäuser, Boston-Basel-Berlin, ISBN 0-8176-4339-7.

This book is an exploration in Complex Analysis as a synthesis of many different areas; the prejudice in the subject is geometric, but the reader may had basic informations from analysis (elementary complex analysis, functional analysis, integrability theory), partial differential equations, algebra and other parts of mathematics. This synthesis is addressed to the students; it gives them the possibility of writing their thesis on the subject and introduces them in some research problems.

In the first part of the book, the author uses the invariant geometry (the Poincaré and the Bergman metrics, the Bergman kernel of the disk, the length of a differentiable curve to study complex function theory. It is defined a conformally invariant metric on the unit disk which transfers a lot of results on the disk to other planar domains (Schwarz Lemma, fixed points theorems, Picard's Theorems, Montel Theorem etc.).

The second part of the book is dedicated to Real and Harmonic Analysis. It gives a strong sense of the synergy among different parts of modern mathematics: the inhomogeneous Cauchy-Riemann equations, the Green's function and the Poisson kernel, the harmonic measure, the Hilbert transform, the Fourier series, the corona problem.

The algebraic topics are studied in the thirth part of the book. Some results in the dimension of automorfism group, the Iwasawa decomposition, the Cousin problem and sheaves are given.

This captivated book also contains a collection of exercises, examples and illustrations, as well as an extensive bibliography and a thorough index.

G. Apreutesei