UNELE OBSERVAŢII ASUPRA ARTICOLULUI „SUR QUELQUES INVARIANTS DANS LES ESPACES A CONNEXION AFFINE A TROIS DIMENSIONS" (Annales Polonici Mathematici, III, 2, 1957, 300–303) DE PROF. ADOLF HAIMOVICI

Rezumat

Pornind de la articolul citat în titlu, autorul demonstrează între altele că o condiţie necesară şi suficientă pentru existenţa unei soluţii nebanale a problemei definite prin (II.3) şi (II.5) este ca matricea $\mathfrak{L}$ definită de (IV.9) să aibă rangul $\rho < n$. Dacă această condiţie este satisfăcută, atunci există $m - n - \rho$ soluţii liniar independente pentru (IV.5), care satisfac (IV.5) b; dacă $m = n$, spaţiul e plan; aşadar, numărul maxim de soluţii liniar independente pentru (II.5) într-un spaţiu cu curbură diferită de zero este $m = n - 1$.

LA THÉORIE DES VARIÉTÉS D'UN ESPACE À CONNEXION PROJECTIVE SANS TORSION (I)

PAR

GH. MURĂRESCU

1. *Introduction*

L'étude des espaces à connexion projective, à n dimensions, peut être faite à l'aide des espaces à connexion affine à $n+1$ dimensions ([3], [4]).

Une connexion projective sur une variété V_n peut être identifiée à une certaine connexion affine sur une variété différentiable $V_{n+1} = V_n \times R$, où R est la droite réelle sur laquelle les seuls changements admis de coordonnées sont les translations. Si U est un voisinage de coordonnées sur V_n, alors un voisinage de coordonnées sur V_{n+1} sera de la forme $U \times R$. Une carte locale sur $U \times R$ sera de la forme

$$\{x^i\} = \{x^a,\ x^{n+1}\},\ (i = 1, \ldots, n+1;\ a = 1, \ldots, n),$$

où $\{x^a\}$ est une carte locale sur U, et $\{x^{n+1}\}$ une carte sur R.

Par sa définition, la variété V_{n+1} admet la congruence de courbes

$$(+) \qquad x^a = \text{const. et } x^{n+1} = \text{variable}$$

qui s'appellent des rayons de V_{n+1}.

L'ensemble de ces rayons forme une variété qu'on peut identifier avec V_n. Cette congruence détermine sur V_{n+1} un champ de vecteurs ξ tangents en chaque point à un rayon, qui dans la carte donnée ont les composantes $\xi^i = \delta^i_{n+1}$.

On peut utiliser des cartes locales par rapport auxquelles les équations des rayons sont de la forme (+).

Un changement de coordonnées entre deux cartes de ce type sera de la forme:

$$(1) \qquad x'^a = x'^a(x^1, \ldots, x^n),\ x'^{n+1} = x^{n+1} + \varphi(x^1, \ldots, x^n).$$

Nous appellerons *l'atlas préférentiel* l'ensemble des cartes locales liées entre eux par les relations (1).

Dans [3] on définit les espaces projectifs tangents à V_n, les objets géométriques projectifs attachés à V_n et les objets géométriques associés sur V_{n+1}, objets dont les composantes dans les cartes préférentielles ne dépendent pas de x^{n+1}.

Réciproquement, à un objet géométrique sur V_{n+1} qui reste constant le long d'un rayon, on associe un objet géométrique projectif sur V_n ([3], [5]). L'espace à connexion projective attaché à V_n peut être interprété comme un espace à connexion affine, attaché à V_{n+1}, sur lequel il y a le champ de vecteurs ξ tel que la connexion affine satisfait aux relations :

$$\Gamma^i_{ja} = P^i_{ja}, \quad \Gamma^i_{jn+1} = 0 \text{ et } \frac{\partial \Gamma^i_{jk}}{\partial x^{n+1}} = 0, \tag{2}$$

où P^i_{ja} sont les coefficients de la connexion projective ([3]).

Les dernières conditions (2) peuvent être exprimées d'une manière invariante par rapport aux cartes quelconques de V_{n+1} ([3], [4]).

La différentielle absolue d'un tenseur par rapport à la connexion projective coïncide avec la différentielle absolue du tenseur associé sur V_{n+1} par rapport à la connexion affine correspondante : le tenseur de courbure de la connexion affine a des composantes non nulles R^i_{jab}.

Dans ce travail nous utiliserons la méthode introduite par D. I. Papuc dans [2] qui a été appliquée par R. Miron et D. I. Papuc dans [1] à l'étude des variétés d'un espace à connexion affine.

2. *Les variétés V_m dans l'espace à connexion projective sans torsion V_n.*

En considérant sur V_{n+1} une connexion affine sans torsion, on doit ajouter aux relations (2) les relations

$$\Gamma^i_{ab} = \Gamma^i_{ba} \text{ et } \Gamma^i_{n+1\,j} = 0. \tag{2'}$$

L'étude d'une variété $V_m \subset V_n$ sera réduite à l'étude d'une variété différentiable de la forme $V_{m+1} = V_m \times R \subset V_{n+1}$ qui est un espace à connexion affine. Localement, une telle variété peut être donnée par les équations :

$$x^a = x^a(u^1, \ldots, u^m), \quad x^{n+1} = u^{m+1} + \varphi(u^1, \ldots, u^m), \tag{3}$$

$\{u^\lambda, u^{m+1}\} = \{u^\alpha\}$, $(\lambda = 1, \ldots, m;\ \alpha = 1, \ldots, m+1)$ étant une carte locale sur V_{m+1}. Sur V_{m+1} nous fixons une carte locale χ_0, dont le domaine géométrique D_0 est contenu dans le domaine de la carte $\{u^\alpha\}$. Elle sera donnée par le système de fonctions :

$$u'^\lambda = u'^\lambda(u^1, \ldots, u^m), \quad u'^{m+1} = u^{m+1} + f(u^1, \ldots, u^m), \tag{4}$$

régulier et à jacobien non nul sur D_0.

Sur D_0 nous considérons les champs de covecteurs $e^A = \delta^A_\alpha\, du'^\alpha$ $(A = 1, \ldots, m+1)$ qui déterminent un corepère naturel dans l'espace tangent en chaque point de V_{m+1}. Dans la carte $\{u^\alpha\}$ les composantes de ces covecteurs seront

$$e^A_\alpha = \partial_\alpha u'^A \tag{5}$$

ou plus précisément

$$e^\Lambda(\partial_1 u'^\Lambda, \ldots, \partial_m u'^\Lambda, 0) \text{ et } e^{m+1}(\partial_1 f, \ldots, \partial_m f, 1), \tag{5'}$$
$$(\Lambda = 1, \ldots, m).$$

A l'aide des champs e^A, nous pouvons définir les champs de vecteurs contravariants e_A (e^α_A) par les relations :

$$e^A_\alpha \cdot e^\alpha_B = \delta^A_B, \quad (A, B = 1, \ldots, m+1). \tag{6}$$

Dans la carte χ_0 nous avons : $e^A_\alpha = \delta^A_\alpha$ et $e^\alpha_A = \delta^\alpha_A$.

Après (6), ou directement, en partant des composantes des vecteurs e_A dans la carte χ_0, on constate que pour n'importe quelle autre carte sur V_{m+1}, donnée par les relations de la forme (4), nous avons

$$\partial_{m+1} e^A_\alpha = 0, \quad \partial_{m+1} e^\alpha_A = 0 \text{ et } e^\alpha_{m+1} = \delta^\alpha_{m+1}. \tag{7}$$

A l'aide des champs e_A et e^A nous pouvons définir sur D_0 la connexion euclidienne

$$\Gamma^\alpha_{\beta\gamma} = e^\alpha_A \cdot \partial_\gamma e^A_\beta, \tag{8}$$

qui, dans la carte χ_0, devient : $\Gamma^\alpha_{\beta\gamma} = 0$.

Des relations (7) et (8) on constate que pour n'importe quelle carte sur V_{n+1}, donnée par les relations de la forme (4), nous avons

$$\partial_{m+1} \Gamma^\alpha_{\beta\gamma} = 0, \quad \Gamma^\alpha_{\beta\, m+1} = \Gamma^\alpha_{m+1\,\beta} = 0. \tag{9}$$

En tenant compte de la dernière relation (2) et des relations (3), on constate que

$$\partial_{m+1} \Gamma^i_{jk} = 0. \tag{2''}$$

Nous associerons à la variété V_{m+1} les quantités

$$y_{\alpha_1}(y^i_{\alpha_1}), \quad y_{\alpha_1\alpha_2}(y^i_{\alpha_1\alpha_2}), \ldots, y_{\alpha_1 \ldots \alpha_p}(y^i_{\alpha_1 \ldots \alpha_p}), \ldots, \tag{10}$$
$$(\alpha_1, \ldots, \alpha_p = 1, \ldots, m+1),$$

où

$$y^i_\alpha = x^i_{\alpha_1} = \partial_{\alpha_1} x^i, \quad y^i_{\alpha_1\alpha_2} = y^i_{\alpha_1/\alpha_2} = \partial_{\alpha_2} y^i_{\alpha_1} + \Gamma^i_{jk} y^j_{\alpha_1} y^k_{\alpha_2} - \Gamma^\alpha_{\alpha_1\alpha_2} y^i_\alpha, \ldots$$
$$y^i_{\alpha_1 \ldots \alpha_p} = y^i_{\alpha_1 \ldots \alpha_{p-1}/\alpha_p}.$$

On voit que $y^i_{\alpha_1\ldots\alpha_p}$ est un vecteur contravariant par rapport à l'indice supérieur et un tenseur covariant par rapport aux indices inférieurs.

Des relations (3) on constate que

$$(11)\quad y^a_\lambda = \partial_\lambda x^a,\ y^{n+1}_\lambda = \partial_\lambda \psi\,;\ y^a_{m+1} = 0,\ y^{n+1}_{m+1} = 1\,(a = 1,\ldots,n\,;\lambda = 1,\ldots,m),$$

les deux dernières étant vraies pour toute carte donnée par des relations de la forme (4) sur V_{m+1}. Donc

$$(11')\qquad y_{m+1} = \xi,$$

ce qui dit, que la restriction du champ ξ à la variété V_{m+1} est un champ tangent à cette variété.

D'après les relations (2), (2'), (2''), (9) et (11), il en résulte :

$$(12)\qquad \partial_{m+1}\, y^i_{\alpha_1\ldots\alpha_q} = 0,\ y^i_{\alpha_1\alpha_2\ldots\alpha_q} = y^i_{\alpha_2\alpha_1\ldots\alpha_q}\,(q = 1,\ldots,p,\ldots)$$

$$y^i_{\alpha_1\ldots\alpha_s\ldots\alpha_q} = 0 \text{ pour } \alpha_s = m+1 \text{ et } s = 1,\,2,\ldots,q.$$

Nous supposerons que pour V_{m+1} les vecteurs

$y^1_{\alpha_1},\ y^i_{\lambda_1\lambda_2},\ldots,y^i_{\lambda_1\lambda_2\ldots\lambda_p}$, avec $\lambda_1 \leqslant \lambda_2$; $\alpha_1 = 1,\ldots,m+1$; $\lambda_1,\ldots,\lambda_p = 1,\ldots,m$;

sont linéairement indépendants dans l'espace tangent à V_{n+1} et que parmi les vecteurs $y^i_{\alpha_1}$, $y^i_{\lambda_1\lambda_2},\ldots,y^i_{\lambda_1\ldots\lambda_p}$, $y^i_{\lambda_1\ldots\lambda_{p+1}}$ il existe $n+1$ vecteurs linéairement indépendants dans cet espace.

Des relations (11) et (12) on constate que :

— les vecteurs y_{α_1}, sont indépendants et en nombre de $m+1 = C^1_{m+1}$,

— les vecteurs $y_{\lambda_1\lambda_2}$ sont indépendants et en nombre de C^2_{m+1},

— les vecteurs $y_{\lambda_1\lambda_2\lambda_3}$ sont indépendants et en nombre de $m.\,C^2_{m+1},\ldots,$

— les vecteurs $y_{\lambda_1\lambda_2\ldots\lambda_p}$ sont indépendants et en nombre de $m^{p-2}.\,C^2_{m+1}$.

Il en résulte qu'il faut avoir la relation

$$C^1_{m+1} + C^2_{m+1}\left(\sum_{h=1}^{p-2} m^h\right) \leqslant n < C^1_{m+1} + C^2_{m+1}\left(\sum_{h=1}^{p-1} m^h\right).$$

Une variété qui satisfait à l'hypothèse précédente est dite *générique*. Nous introduisons les vecteurs

$$(13)\quad z^i_{A_1\ldots A_q} = y^i_{\alpha_1\ldots\alpha_q}\, e^{\alpha_1}_{A_1}\ldots e^{\alpha_q}_{A_q},\ (q = 1,\ldots,p+1 \text{ et } A_1,\ldots,A_q = 1,\ldots,m+1)$$

qui à un changement de la carte locale sur V_{m+1} sont évidemment invariants.

Dans la carte locale χ_0 nous avons : $z^i_{A_1\ldots A_q} = y^i_{A_1\ldots A_q}$.

Des relations (7), (12) et (13), on constate que

$$(14)\qquad \partial_{m+1}\, z^i_{A_1\ldots A_q} = 0,\ z^i_{A_1A_2\ldots A_q} = z^i_{A_2A_1\ldots A_q},\ z^i_{A_1\ldots A_s\ldots A_q} = 0$$

(pour $A_s = m+1$) et $z^i_{m+1} = y^i_{m+1}$.

De la dernière relation (14) et la relation (11') il résulte

$$z_{m+1} = \xi.$$

La variété V_{m+1} étant générique, les vecteurs

$z_A,\ z_{\Lambda_1\Lambda_2},\ldots,z_{\Lambda_1\ldots\Lambda_p}$ avec $\Lambda_1 \leqslant \Lambda_2$, $A = 1,\ldots,m+1$ et $\Lambda_1,\ldots,\Lambda_p = 1,\ldots,m$, sont linéairement indépendants et parmi les vecteurs :

$$z_A,\ z_{\Lambda_1\Lambda_2},\ldots,z_{\Lambda_1\ldots\Lambda_p},\ z_{\Lambda_1\ldots\Lambda_{p+1}} \text{ avec } \Lambda_1 \leqslant \Lambda_2,$$

il existe $n+1$ vecteurs linéairement indépendants. Ces vecteurs $z_{\Lambda_1\ldots\Lambda_{p+1}}$ qui complètent le système de vecteurs z_A, $z_{\Lambda_1\Lambda_2},\ldots,z_{\Lambda_1\ldots\Lambda_p}$ pour former une base dans l'espace tangent à V_{n+1} seront notés par $z_{(\Lambda_1\ldots\Lambda_{p+1})^*}$, ou les indices $(\Lambda_1\ldots\Lambda_{p+1})^*$ prennent des valeurs d'après un certain ordre donné.

Le point $x \in V_{n+1}$ et les vecteurs z_A, $z_{\Lambda_1\Lambda_2},\ldots,z_{\Lambda_1\ldots\Lambda_p}$, $z_{(\Lambda_1\ldots\Lambda_{p+1})^*}$ déterminent un repère affine $R_{\chi_0}(x)$, géométriquement associé à la variété V_{m+1}. Ce repère s'appelle *normalisateur* ([1] et [2]).

Pour exprimer la dérivée covariante des vecteurs $z^i_{\Lambda_1\ldots\Lambda_q}$, nous considérons les formes de Pfaff

$$(15)\qquad \omega^A = e^A_\alpha\, du^\alpha$$

qui, d'après les relations (5) sont des différentielles totales, linéairement indépendantes. Plus précisément, nous avons

$$(15')\qquad \omega^\Lambda = \partial_\lambda\, u'^\Lambda\, du^\lambda,\ (\lambda,\ \Lambda = 1,\ldots,m) \text{ et } \omega^{m+1} = \partial_\lambda f\, du + du^{m+1}.$$

On voit que ω^Λ ne dépendent de u^{m+1} et du^{m+1}.

Parce que $z^i_{\Lambda_1\ldots\Lambda_q}$ est un vecteur contravariant sur V_{n+1} et un scalaire sur V_{m+1}, notant avec D le symbole de différentiation absolue, nous avons

$$(16)\qquad Dz^i_{\Lambda_1\ldots\Lambda_q} = dz^i_{\Lambda_1\ldots\Lambda_q} + \Gamma^i_{jk}\, z^j_{\Lambda_1\ldots\Lambda_q}\, z^k_A\, \omega^A.$$

Vu les relations (2), (2'), (11) et (14), nous avons

$$(16')\qquad Dz^i_{\Lambda_1\ldots\Lambda_q} = dz^i_{\Lambda_1\ldots\Lambda_q} + \Gamma^i_{ab}\, z^a_{\Lambda_1\ldots\Lambda_q}\, z^b_\Lambda\, \omega^\Lambda\ (q = 1,\ldots,p).$$

Des relations (13) et (14) on déduit la formule

$$(16'')\qquad Dz^i_{\Lambda_1\ldots\Lambda_q} = z^i_{\Lambda_1\ldots\Lambda_q\Lambda}\,\omega^\Lambda.$$

Les équations qui expriment la variation du repère $R_{\chi_0}(x)$ sur D_0, appelées *les équations fondamentales de la variété* $V_{m+1} \subset V_{n+1}$, seront

$$Dx^a = z^a_\Lambda\, \omega^\Lambda,\quad Dx^{n+1} = z^{n+1}_\Lambda\, \omega^\Lambda + \omega^{m+1},$$

$$Dz^i_{\Lambda_1} = z^i_{\Lambda_1\Lambda}\, \omega^\Lambda.$$

$$\cdots\cdots\cdots$$

$$Dz^i_{\Lambda_1\Lambda_2\ldots\Lambda_{p-1}} = z^i_{\Lambda_1\Lambda_2\ldots\Lambda_{p-1}\Lambda}\, \omega^\Lambda \quad (\Lambda_1 \leqslant \Lambda_2) \tag{17}$$

$$Dz^i_{\Lambda_1\Lambda_2\ldots\Lambda_p} = z^i_{(M_1M_2\ldots M_q)}\, K^{(M_1M_2\ldots M_q)}_{\Lambda_1\Lambda_2\ldots\Lambda_p\Lambda}\, \omega^\Lambda \quad (M_1 \leqslant M_2)$$

$$Dz^i_{(\Lambda_1\Lambda_2\ldots\Lambda_{p+1})} = z^i_{(M_1\ldots M_q)}\, K^{(M_1\ldots M_q)}_{(\Lambda_1\Lambda_2\ldots\Lambda_{p+1})^*\Lambda}\, \omega^\Lambda$$

où les indices $(M_1 M_2 \ldots M_q)$ prennent les valeurs des indices Λ_1, $\Lambda_1\Lambda_2, \ldots, \Lambda_1\Lambda_2\ldots\Lambda_p$, $(\Lambda_1\ldots\Lambda_{p+1})^*$.

Les quantités $K^{(M_1M_2\ldots M_q)}_{\Lambda_1\Lambda_2\ldots\Lambda_p\Lambda}$ et $K^{(M_1M_2\ldots M_q)}_{(\Lambda_1\Lambda_2\ldots\Lambda_{p+1})^*\Lambda}$ sont invariantes sur V_{m+1} et sont appelées les *invariants de normalisation* de la variété V_{m+1} par rapport à la carte χ_0. Nous remarquons que les différentielles absolues des vecteurs $z^i_{\Lambda_1\ldots\Lambda_q}$ ne dépendent pas de ω^{m+1}, donc de du^{m+1}. Les conditions d'intégrabilité du système (17) seront les suivantes:

$$z^i_{\Lambda M} = z^i_{M\Lambda} \text{ (exprimé dans (14))},$$

$$R^i_{jab}\, z^i_{\Lambda_1}\, z^a_\Lambda\, z^b_M = z^i_{\Lambda_1\Lambda M} - z^i_{\Lambda_1 M\Lambda},$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$R^i_{jab}\, z^i_{\Lambda_1\ldots\Lambda_{p-2}}\, z^a_\Lambda\, z^b_M = z^i_{\Lambda_1\ldots\Lambda_{p-2}\Lambda M} - z^i_{\Lambda_1\ldots\Lambda_{p-2}M\Lambda} \quad (\Lambda_1 \leqslant \Lambda_2),$$

$$R^i_{jab}\, z^j_{\Lambda_1\ldots\Lambda_{p-1}}\, z^a_\Lambda\, z^b_M = z^i_{(M_1M_2\ldots M_q)}\,(K^{(M_1M_2\ldots M_1)}_{\Lambda_1\Lambda_2\ldots\Lambda_{p-1}\Lambda M} - K^{(M_1M_2\ldots M_1)}_{\Lambda_1\Lambda_2\ldots\Lambda_{p-1}M\Lambda}) \quad (M_1 \leqslant M_2))$$

$$R^i_{jab}\, z^i_{\Lambda_1\ldots\Lambda_p}\, z^a_\Lambda\, z^b_M = z^i_{(M_1\ldots M_q)}\, K^{(M_1\ldots M_q)}_{\Lambda_1\ldots\Lambda_p M} - z^i_{(M_1\ldots M_q)M}\, K^{(M_1\ldots M_q)}_{\Lambda_1\ldots\Lambda_p\Lambda} + \tag{C}$$

$$+ z^i_{(M_1M_2\ldots M_q)}\,(K^{(M_1\ldots M_q)}_{\Lambda_1\ldots\Lambda_p M/K}\, z^K, - K^{(M_1\ldots M_q)}_{\Lambda_1\ldots\Lambda_p/K}\, z^K_M),\ (q = 1, \ldots, p+1),$$

$$R^i_{jab}\, z^i_{(\Lambda_1\ldots\Lambda_{p+1})^*}\, z^a_\Lambda\, z^b_M =$$

$$= z^i_{(M_1\ldots M_q)\Lambda} \cdot K^{(M_1\ldots M_q)}_{(\Lambda_1\ldots\Lambda_{p+1})^*M} - z^i_{(M_1\ldots M_q)M} \cdot K^{(M_1\ldots M_q)}_{(\Lambda_1\ldots\Lambda_{p+1})^*\Lambda} +$$

$$+ z^i_{(M_1\ldots M_q)}\,(K^{(M_1\ldots M_q)}_{(\Lambda_1\ldots\Lambda_{p+1})^*M/K}\, z^K - K^{(M_1\ldots M_q)}_{(\Lambda_1\ldots\Lambda_{p+1})^*\Lambda/K}\, z^K_M).$$

Des relations (2) et (14), on constate que les invariants de normalisation ne dépendent pas de u^{m+1}.

Par la différentiation covariante des conditions (C) (mod. (17)) on obtient les conditions (C_1), puis des conditions (C_1), les conditions (C_2), etc.

D'après ces considérations, il résulte:

Théorème d'existence. La condition nécessaire et suffisante d'existence d'une variété générique $V_{m+1} \subset V_{n+1}$, donc d'une variété $V_m \subset V_n$, est que, étant données les différentielles exactes ω^Λ $(\Lambda = 1, \ldots, m)$, linéairement indépendantes en du^λ, la differentielle exacte ω^{m+1} avec la propriété: $\omega^{m+1} = du^{m+1}$ (mod du^λ) et les fonctions $K^{(M_1M_2\ldots M_q)}_{\Lambda_1\Lambda_2\ldots\Lambda_p\Lambda}$ et $K^{(M_1M_2\ldots M_q)}_{(\Lambda_1\Lambda_2\ldots\Lambda_{p+1})^*\Lambda}$, $(\Lambda_1 \leqslant \Lambda_2$, $M_1 \leqslant M_2)$ analytiques en u^λ, il existe un nombre naturel N tel que le système des relations $(C_1), \ldots, (C^N)$ soit compatible en x^i, z^i_A, $z^i_{\Lambda_1\Lambda_2}, \ldots, z^i_{\Lambda_1\ldots\Lambda_p}$, $z^i_{(\Lambda_1\ldots\Lambda_{p+1})^*}$ et que la solution vérifie identiquement les conditions (C_{N+1}). Une solution du problème est une variété normalisée à l'aide de la carte locale des équations $\omega^\alpha = du'^\alpha$ $(\alpha = 1, \ldots, m+1)$, et elle a pour invariants de normalisation les fonctions K.

BIBLIOGRAPHIE

1. Miron R. et Papuc D. I. — *La théorie des variétés d'un espace à connexion affine.* C. R. Acad. Sci. Paris, T. 260, 1965, p. 2695.
2. Papuc D. I. — *Une nouvelle méthode dans la théorie des variétés d'un espace homogène à groupe linéaire.* An. şt. Univ. Iaşi, T. X (1964), p. 159.
3. Vaisman I. — *Studiul spaţiilor cu conexiune simplectică.* Teză, Iaşi 1964.
4. Yano K. — *Les espaces à connexion projective et la géométrie projective des „paths".* Ann. sci. Univ. Jassy, T. XXIV (1938), p. 395.
5. Yano K. — *The theory of Lie derivatives and its applications.* Amsterdam 1957.

TEORIA VARIETĂŢILOR ÎNTR-UN SPAŢIU CU CONEXIUNE PROIECTIVĂ FĂRĂ TORSIUNE

Rezumat

O conexiune proiectivă pe o varietate diferenţiabilă V_n poate fi identificată cu o anumită conexiune afină pe o varietate diferenţiabilă $V_{n+1} = V_n \times R$, unde R este dreapta reală. Studiul unei varietăţi diferenţiabile $V_m \subset V_n$, este redus la studiul unei varietăţi de forma $V_{m+1} = V_m \times R$ într-un spaţiu cu o conexiune afină. În lucrarea de faţă se face acest studiu, folosindu-se metoda introdusă de D. I. Papuc în [2] şi aplicată de R. Miron şi D. I. Papuc în [1], la studiul varietăţilor dintr-un spaţiu cu conexiune afină. Varietatea se normalizează cu ajutorul hărţii locale dată de ecuaţiile $\omega^\alpha = du'^\alpha$ $(\alpha = 1, \ldots, m+1)$. Se demonstrează o teoremă de existenţă.