$$(13)\qquad R_{n,m}(f;x,y) = -\frac{x}{n}[\xi_1,\xi_2,\xi_3;f(x,y)]_x - \frac{y}{m}[\eta_1,\eta_2,\eta_3;f(x,y)]_y -$$

$$-\frac{xy}{nm}\left[\begin{matrix}\xi_1,\xi_2,\xi_3\\ \eta_1,\eta_2,\eta_3\end{matrix};f(x,y)\right].$$

În încheiere menționăm că rezultatele analoge cu cele de la (12) și (13) pentru resturile formulelor de aproximare prin polinoamele lui Bernstein de două variabile au fost stabilite în lucrarea [6].

Relativ la extinderea la trei și mai multe variabile a formulelor stabilite în această lucrare putem spune că aceasta se poate face imediat conform procedeelor folosite în ultimul paragraf.

BIBLIOGRAFIE

1. Aramă O. — *Proprietăți privind monotonia șirului polinoamelor de interpolare ale lui S. N. Bernstein și aplicarea lor la studiul aproximării funcțiilor.* Studii și cercetări de matematică, Cluj, 8 (1957), 195—210.
2. Lupaș A. — *On Bernstein power series.* Mathematica, 8(31) (1966), 287—296.
3. Mirakyan G. — *Approximation des fonctions continues au moyen de polynomes de la forme ...* Dokl. Akad. Nauk SSSR, 31 (1941), 201—205.
4. Popoviciu T. — *Asupra formei restului în unele formule de aproximare ale analizei.* Lucr. Ses. Gen. Șt. Acad. R.P.R., (1950), 183—185.
5. — *Sur le reste dans certaines formules linéaires d'approximation de l'analyse.* Mathematica, 1 (24) (1959), 95—142.
6. Stancu D. D. — *Evaluation of the remainder term in approximation formulas by Bernstein polynomials.* Mathematics of Computation, 17 (1963), 270—278.
7. — *The remainder of certain linear approximation formulas in two variables.* Journ. SIAM Numer. Anal. Ser. B, 1 (1964) 137—164.
8. — *Approximation of functions by a new class of linear polynominal operators.* Rev. Roumaine Math. Pures Appl. , 13 (1968), 1173—1194.

ON THE REMAINDER IN THE APPROXIMATION FORMULAE BY THE MIRAKYAN OPERATORS OF ONE AND TWO VARIABLES

In the first part of this paper one establishes the integral representation (6) of the remainder of approximation formula (2) of $f(x)$ by means of the linear positive operator (1) of Mirakyan. As a corollary one deduces the simple formula (8). Then one also establishes the formula (9), which gives a representation of the remainder in terms of the divided differences of the second order of $f(x)$.

In the second part of the paper one extends these results to the case of two independent variables.

TENSIONS THERMIQUES DANS DES BARRES ÉLASTIQUES ANISOTROPES

PAR

D. IEȘAN

Dans [7], [8] nous avons étudié le problème des tensions thermiques dans des barres cylindriques anisotropes en supposant que la température varie linéairement dans la direction de la génératrice. Dans ce qui suit nous allons étudier le problème des tensions thermiques dans des barres anisotropes pour le cas où la température est donnée sous la forme d'un polynôme dont la variable est la coordonnée axiale x_3.

Nous considérons le cas d'une barre orthotrope et homogène (§§ 1, 2) et le cas où la barre est composée de différents matériaux homogènes (§ 3). Aux §§ 4, 5 on présente les résultats qui s'obtiennent dans le cas des matériaux qui ont un plan de symétrie élastique.

§ **1.** Considérons une barre cylindrique avec un profil simplement connexe, de longueur l. Nous supposons que les forces de masse sont nulles et la surface latérale est libre de tensions. Nous supposons que la barre est en équilibre sous l'action d'un champ thermique donné, les forces qui actionnent sur les extrémités étant statiquement équivalentes à zéro.

Nous choisissons le système de coordonnées cartésiennes orthogonales tel que l'axe Ox_3 soit parallèle aux génératrices de la surface latérale et que le plan Ox_1,x_2 contienne une extrémité de la barre, l'autre étant dans le plan $x_3 = l$.

Nous allons noter par u_i, ε_{ij}, σ_{ij} $(i, j = 1,2,3)$ respectivement les composantes du vecteur déplacement, du tenseur déformation et du tenseur tension et par T, la variation de la température absolue du milieu par rapport à la température de l'état naturel.

Les équations constitutives pour le cas des milieux orthotropes sont

$$(1.1)\qquad \begin{cases} \sigma_{11} = A\varepsilon_{11} + H\varepsilon_{22} + G\varepsilon_{33} - \beta_1 T, \\ \sigma_{22} = H\varepsilon_{11} + B\varepsilon_{22} + F\varepsilon_{33} - \beta_2 T, \\ \sigma_{33} = G\varepsilon_{11} + F\varepsilon_{22} + C\varepsilon_{33} - \beta_3 T, \\ \sigma_{23} = 2L\varepsilon_{23},\ \sigma_{31} = 2M\varepsilon_{31},\ \sigma_{12} = 2N\varepsilon_{12}, \end{cases}$$

ou

$$(1.2)\qquad \begin{aligned} \varepsilon_{11} &= \frac{1}{E}(\nu_{11}\sigma_{11} + \nu_{12}\sigma_{22} - \nu_1\sigma_{33}) + \alpha_1 T, \\ \varepsilon_{22} &= \frac{1}{E}(\nu_{12}\sigma_{11} + \nu_{22}\sigma_{22} - \nu_2\sigma_{33}) + \alpha_2 T, \\ \varepsilon_{33} &= \frac{1}{E}(\sigma_{33} - \nu_1\sigma_{11} - \nu_2\sigma_{22}) + \alpha_3 T, \\ \varepsilon_{23} &= \frac{1}{2L}\sigma_{23},\quad \varepsilon_{31} = \frac{1}{2M}\sigma_{31},\quad \varepsilon_{12} = \frac{1}{2N}\sigma_{12}, \end{aligned}$$

les relations entre les coefficientes étant celles données en [8].

Les équations d'équilibre s'écrivent

$$(1.3)\qquad \sigma_{ij,j} = 0.$$

Les relations entre les déformations et les déplacements sont

$$(1.4)\qquad 2\varepsilon_{ij} = u_{i,j} + u_{j,i}.$$

Les équations de compatibilité sont

$$(1.5)\qquad \begin{cases} \varepsilon_{ii,jj} + \varepsilon_{jj,ii} = 2\varepsilon_{ij,ij}, \quad (i \neq j), \\ \varepsilon_{kk,ij} + \varepsilon_{ij,kk} = \varepsilon_{jk,ik} + \varepsilon_{ik,jk}, \quad (i \neq j \neq k \neq i). \end{cases}$$

Nous avons supposé que sur la surface latérale on a

$$(1.6)\qquad \sigma_{i\alpha} n_\alpha = 0, \quad (i = 1, 2, 3;\ \alpha = 1, 2)$$

où n_1, n_2 sont les cosinus directeurs de la normale extérieure au contour Γ de la section transversale Σ.

Sur l'extrémité de la barre située dans le plan $x_3 = 0$ nous avons les conditions :

$$(1.7)\qquad \int_\Sigma \sigma_{31}\, d\sigma = \int_\Sigma \sigma_{32}\, d\sigma = 0,$$

$$(1.8)\qquad \int_\Sigma \sigma_{33}\, d\sigma = 0,$$

$$(1.9)\qquad \int_\Sigma x_2\, \sigma_{33}\, d\sigma = \int_\Sigma x_1\, \sigma_{33}\, d\sigma = 0,$$

$$(1.10)\qquad \int_\Sigma (x_1\, \sigma_{23} - x_2\, \sigma_{31})\, d\sigma = 0, \quad (x_3 = 0).$$

Compte tenu du fait que la portion de la barre entre les plans $x_3 = 0$ et $x_3 = h$ $(0 < h \leqslant l)$ est en équilibre, il résulte que pour $x_3 = h$ nous avons [9]

$$(1.11)\qquad \int_\Sigma \sigma_{31}\, d\sigma = \int_\Sigma \sigma_{32}\, d\sigma = 0,$$

$$(1.12)\qquad \int_\Sigma \sigma_{33}\, d\sigma = 0,$$

$$(1.13)\qquad \int_\Sigma x_2\, \sigma_{33}\, d\sigma = \int_\Sigma x_1\, \sigma_{33}\, d\sigma = 0,$$

$$(1.14)\qquad \int_\Sigma (x_1\, \sigma_{23} - x_2\, \sigma_{31})\, d\sigma = 0, \quad (x_3 = h).$$

Nous cherchons à déterminer l'état d'équilibre theormoélastique de la barre pour le cas où la variation de la température est donnée par

$$(1.15)\qquad T = \sum_{k=0}^{r} \mathfrak{S}_k(x_1, x_2)\, x_3^k,$$

où $\mathfrak{S}_k(x_1, x_2)$ sont des fonctions données et r un nombre entier et positif. Évidemment si nous connaissons la solution du problème (A) où la variation de la température est donnée par

$$(1.16)\qquad T = \mathfrak{S}(x_1, x_2)\, x_3^n,$$

où n est un nombre entier, positif et arbitraire, alors on peut résoudre le problème pour le cas (1.15). Dans le cas $n = 1$, le problème (A) a été résolu en [7], [8].

Dans ce qui suit, on cherche à résoudre le problème (B) où

$$(1.17)\qquad T = \mathfrak{S}(x_1, x_2)\, x_3^{n+1},$$

en supposant le problème (A) déjà résolu. En connaissant la solution pour le cas $n = 1$, on peut obtenir la solution du problème pour $n = 2$, et ainsi de suite, et ce fait nous conduit à la résolution du problème initial.

Soient u_i^*, ε_{ij}^*, σ_{ij}^* $(i, j = 1, 2, 3)$ respectivement les composantes du vecteur déplacement, du tenseur déformation et du tenseur tension dans le problème (A). Il faut déterminer les déplacements u_i et les tensions σ_{ij} qui correspondent au problème (B), en connaissant les fonctions u_i^*, ε_{ij}^*, σ_{ij}^*. En procédant de la même manière que dans [1], [6] on cherche d'abord une solution particulière des équations (1.3) et (1.5) sous la forme

$$\bar{\sigma}_{ij} = (n+1)\left(\int_0^{x_3} \sigma_{ij}^*\, dx_3 + \tau_{ij}\right), \tag{1.18}$$

où τ_{ij} sont des fonctions inconnues.

Les déformations qui correspondent aux tensions $\bar{\sigma}_{ij}$ sont

$$\begin{aligned}
\bar{\varepsilon}_{11} &= (n+1)\left[\int_0^{x_3} \varepsilon_{11}^*\, dx_3 + \frac{1}{E}(\nu_{11}\tau_{11} + \nu_{12}\tau_{22} - \nu_1\tau_{33})\right],\\
\bar{\varepsilon}_{22} &= (n+1)\left[\int_0^{x_3} \varepsilon_{22}^*\, dx_3 + \frac{1}{E}(\nu_{12}\tau_{11} + \nu_{22}\tau_{22} - \nu_2\tau_{33})\right],\\
\bar{\varepsilon}_{33} &= (n+1)\left[\int_0^{x_3} \varepsilon_{33}^*\, dx_3 + \frac{1}{E}(\tau_{33} - \nu_1\tau_{11} - \nu_2\tau_{22})\right],\\
\bar{\varepsilon}_{23} &= (n+1)\left[\int_0^{x_3} \varepsilon_{23}^*\, dx_3 + \frac{1}{2L}\tau_{23}\right], \quad \bar{\varepsilon}_{31} = (n+1)\left[\int_0^{x_3} \varepsilon_{31}^*\, dx_3 + \frac{1}{2M}\tau_{31}\right],\\
\bar{\varepsilon}_{12} &= (n+1)\left[\int_0^{x_3} \varepsilon_{12}^*\, dx_3 + \frac{1}{2N}\tau_{12}\right].
\end{aligned} \tag{1.19}$$

En introduisant (1.18) dans les équations d'équilibre (1.3) nous obtenons

$$\tau_{\alpha j,\alpha} + \sigma_{j3}^*(x_1, x_2, 0) = 0, \qquad (\alpha = 1, 2;\ j = 1, 2, 3). \tag{1.20}$$

Si nous imposons aux déformations $\bar{\varepsilon}_{ij}$ de satisfaire aux conditions de compatibilité (1.5) nous obtenons

$$\begin{aligned}
&(\nu_{11}\tau_{11} + \nu_{12}\tau_{22} - \nu_1\tau_{33})_{,22} + (\nu_{12}\tau_{11} + \nu_{22}\tau_{22} - \nu_2\tau_{33})_{,11} = \frac{E}{N}\tau_{12,12},\\
&(\tau_{33} - \nu_1\tau_{11} - \nu_2\tau_{22})_{,22} = E\,[u_{3,11}^*]_{x_3=0},\\
&(\tau_{33} - \nu_1\tau_{11} - \nu_2\tau_{22})_{,11} = E\,[u_{3,22}^*]_{x_3=0},\\
&(\tau_{33} - \nu_1\tau_{11} - \nu_2\tau_{22})_{,12} = E\,[u_{3,12}^*]_{x_3=0},\\
&\frac{1}{M}\tau_{31,12} - \frac{1}{L}\tau_{23,11} = [(u_{1,2}^* - u_{2,1}^*)_{,1}]_{x_3=0},\\
&\frac{1}{L}\tau_{23,12} - \frac{1}{M}\tau_{31,22} = [(u_{1,2}^* - u_{2,1}^*)_{,2}]_{x_3=0}.
\end{aligned} \tag{1.21}$$

Il suit de (1.20) que les foctions τ_{ij} peuvent être considérées sous la forme

$$\begin{aligned}
&\tau_{11} = A_{,22}^* - \int \sigma_{31}^*(x_1, x_2, 0)\, dx_1, \quad \tau_{22} = A_{,11}^* - \int \sigma_{23}^*(x_1, x_2, 0)\, dx_2,\\
&\tau_{12} = -A_{,12}^*,\\
&\tau_{31} = B_{,2}^* - \frac{1}{2}\int \sigma_{33}^*(x_1, x_2, 0)\, dx_1, \quad \tau_{23} = -B_{,1}^* - \frac{1}{2}\int \sigma_{33}^*(x_1, x_2, 0)\, dx_2.
\end{aligned} \tag{1.22}$$

Compte tenu de (1.22) nous obtenons de la deuxième, la troisième et la quatrième relation (1.21)

$$\tau_{33} = \nu_1 A_{,22}^* + \nu_2 A_{,11}^* - \left[\nu_1 \int \sigma_{31}^*\, dx_1 + \nu_2 \int \sigma_{23}^*\, dx_2 - E\, u_3^*\right]_{x_3=0}. \tag{1.23}$$

Il résulte des relations (1.21) et (1.22) que les fonctions A^* et B^* doivent satisfaire aux équations

$$\begin{aligned}
\mathfrak{L}A^* = \Big[&\beta_{22}\int \sigma_{23,11}^*\, dx_2 + \beta_{11}\int \sigma_{31,22}^*\, dx_1 -\\
&- \beta_{12}\sigma_{33,3}^* + \nu_1 u_{3,22}^* + \nu_2 u_{3,11}^*\Big]_{x_3=0},
\end{aligned} \tag{1.24}$$

$$\begin{aligned}
\mathfrak{L}_1 B^* = \Big[&LM(u_{1,2}^* - u_{2,1}^*) + \frac{1}{2}L\int \sigma_{33,2}^*\, dx_1 -\\
&- \frac{1}{2}M\int \sigma_{33,1}^*\, dx_2\Big]_{x_3=0},
\end{aligned} \tag{1.25}$$

où

$$\mathfrak{L} = \beta_{22} \frac{\partial^4}{\partial x_1^4} + (2\beta_{12} + \beta_{66}) \frac{\partial^4}{\partial x_1^2 \partial x_2^2} + \beta_{11} \frac{\partial^4}{\partial x_2^4},$$

$$\mathfrak{L}_1 = M \frac{\partial^2}{\partial x_1^2} + L \frac{\partial^2}{\partial x_2^2}, \tag{1.26}$$

$$\beta_{ij} = \frac{1}{E} (\nu_{ij} - \nu_i \nu_j), \quad (i, j = 1, 2), \quad \beta_{66} = \frac{1}{N}.$$

Les déplacements qui correspondent aux tensions (1.18) sont

$$\bar{u}_i = (n + 1) \left(\int_0^{x_3} u_i^* \, dx_3 + v_i \right), \tag{1.27}$$

où

$$v_1 = \beta_{11} \int A_{,22}^* \, dx_1 + \beta_{12} A_{,1}^* - \int \left[\beta_{11} \int \sigma_{31}^* \, dx_1 + \right.$$

$$\left. + \beta_{12} \int \sigma_{23}^* \, dx_2 + \nu_1 u_3^* \right]_{x_3=0} dx_1,$$

$$v_2 = \beta_{12} A_{,12}^* + \beta_{22} \int A_{,11}^* \, dx_2 - \int \left[\beta_{12} \int \sigma_{31}^* \, dx_1 + \right. \tag{1.28}$$

$$\left. + \beta_{22} \int \sigma_{23}^* \, dx_2 + \nu_2 u_3^* \right]_{x_3=0} dx_2,$$

$$v_3 = \frac{1}{M} \int B_{,2}^* \, dx_1 - \int \left[\frac{1}{2M} \int \sigma_{33}^* \, dx_1 + u_1^* \right]_{x_3=0} dx_1.$$

Nous cherchons les tensions sous la forme

$$\sigma_{ij} = \bar{\sigma}_{ij} + (n + 1) \, \sigma_{ij}^0. \tag{1.29}$$

où σ_{ij}^0 sont déterminées de manière que les tensions (1.29) satisfassent aussi aux conditions à la limite. Si nous notons par u_i^0 et ε_{ij}^0 les déplacements et les déformations qui correspondent aux tensions σ_{ij}^0, alors nous avons

$$\varepsilon_{ij} = (n + 1) \left[\int_0^{x_3} \varepsilon_{ij}^* \, dx_3 + e_{ij} + \varepsilon_{ij}^0 \right], \tag{1.30}$$

$$u_i = (n + 1) \left[\int_0^{x_3} u_i^* \, dx_3 + v_i + u_i^0 \right]. \tag{1.31}$$

§ **2.** Nous supposons que la barre est formée d'un milieu élastique homogène. Il faut choisir σ_{ij}^0 de manière que les tensions (1.29) satisfassent aux équations (1.3), (1.5) et aux conditions (1.6)—(1.14). Nous choisissons les fonctions σ_{ij}^0 sous la forme

$$\begin{cases} \sigma_{11}^0 = A_{,22}, \quad \sigma_{22}^0 = A_{,11}, \quad \sigma_{12}^0 = -A_{,12}, \\ \sigma_{33}^0 = \nu_1 A_{,22} + \nu_2 A_{,11} + E (a x_1 + b x_2 + c), \\ \sigma_{31}^0 = M (\Phi_{,1} - \tau x_2), \quad \sigma_{23}^0 = L (\Phi_{,2} + \tau x_1), \end{cases} \tag{2.1}$$

où il reste à déterminer les fonctions $A(x_1, x_2)$, $\Phi(x_1, x_2)$ et les constantes a, b, c, τ.

Compte tenu de (1.2), (1.31) et (2.1) nous obtenons

$$\varepsilon_{11}^0 = \beta_{11} A_{,22} + \beta_{12} A_{,11} - \nu_1 (a x_1 + b x_2 + c),$$

$$\varepsilon_{22}^0 = \beta_{12} A_{,22} + \beta_{22} A_{,11} - \nu_2 (a x_1 + b x_2 + c),$$

$$\varepsilon_{12}^0 = -\frac{1}{2N} A_{,12}, \tag{2.2}$$

$$\varepsilon_{31}^0 = \frac{1}{2} (\Phi_{,1} - \tau x_2), \quad \varepsilon_{23}^0 = \frac{1}{2} (\Phi_{,2} + \tau x_1), \quad \varepsilon_{33}^0 = a x_1 + b x_2 + c.$$

Les tensions (1.29) satisfont aux équations d'équilibre et les équations de compatibilité si les fonctions A et Φ satisfont aux équations

$$\mathfrak{L} A = 0. \tag{2.3}$$

$$\mathfrak{L}_1 \Phi = 0. \tag{2.4}$$

Les déplacements u_i^0 ont les expressions

$$u_1^0 = \beta_{12} A_{,1} + \beta_{11} \int A_{,22} \, dx_1 - \nu_1 x_1 \left(a \frac{x_1}{2} + b x_2 + c \right) -$$

$$- \tau x_2 x_3 - \frac{a x_3^2}{2} + \frac{a}{2} \nu_2 x_2^2,$$

$$u_2^0 = \beta_{12} A_{,2} + \beta_{22} \int A_{,11} \, dx_2 - \nu_2 x_2 \left(a x_1 + \frac{b}{2} x_2 + c \right) + \tag{2.5}$$

$$+\tau x_1 x_3 - \frac{b}{2} x_3^2 + \frac{b}{2} \nu_1 x_1^2,$$

$$u_3^0 = \Phi + x_3 (a x_1 + b x_2 + c).$$

Les conditions sur la surface latérale (1.6) sont vérifiées si les fonctions A, Φ satisfont sur le contour Γ aux conditions

$$D\Phi = f, \tag{2.6}$$

où

$$D = M n_1 \frac{\partial}{\partial x_1} + L n_2 \frac{\partial}{\partial x_2},$$

$$f = - n_1 B_{,2}^* + n_2 B_{,1}^* + \frac{1}{2} n_1 \int \sigma_{33}^* (x_1, x_2, 0)\, dx_1 + \tag{2.7}$$

$$+ \frac{1}{2} n_2 \int \sigma_{33}^* (x_1, x_2, 0)\, dx_2 + \tau (M x_2 n_1 - L x_1 n_2),$$

et

$$A_{,1} = - A_{,1}^* - \int_0^s \left[n_2 \int \sigma_{23}^* (x_1, x_2, 0)\, dx_2 \right] ds,$$

$$A_{,2} = - A_{,2}^* + \int_0^s \left[n_1 \int \sigma_{31}^* (x_1, x_2, 0)\, dx_1 \right] ds. \tag{2.8}$$

La condition nécessaire et suffisante pour l'existence de la fonction Φ est [2]

$$\int_\Gamma f ds = 0. \tag{2.9}$$

On obtient évidemment, en vertu de la relation (1.8),

$$\int_\Gamma f ds = \int_\Sigma \sigma_{33}^* (x_1, x_2, 0)\, d\sigma = 0.$$

Les conditions (1.8), (1.12) sont vérifiées si nous avons

$$a x_1^0 + b x_2^0 + c = - \frac{1}{ES} \int_\Sigma \mathfrak{F} (x_1, x_2, 0)\, d\sigma, \tag{2.10}$$

où x_1^0, x_2^0 sont les coordonnées du centre de masse de la section transversale, S est l'aire de cette section et

$$\mathfrak{F} (x_1, x_2) = \nu_1 (A^* + A)_{,22} + \nu_2 (A^* + A)_{,11} - \nu_1 \int \sigma_{31}^* (x_1, x_2, 0)\, dx_1 - \tag{2.11}$$

$$- \nu_2 \int \sigma_{23}^* (x_1, x_2, 0)\, dx_2 + E u_3^* (x_1, x_2, 0).$$

Compte tenu de (2.10), les conditions (1.9), (1.13) sont satisfaites si a et b vérifient le système

$$a I_{12} + b I_{11} = - \frac{1}{E} \left[\int_\Sigma x_2 \mathfrak{F} (x_1, x_2)\, d\sigma - x_1^0 \int_\Sigma \mathfrak{F} (x_1, x_2)\, d\sigma \right],$$

$$a I_{22} + b I_{12} = - \frac{1}{E} \left[\int_\Sigma x_1 \mathfrak{F} (x_1, x_2)\, d\sigma - x_1^0 \int_\Sigma \mathfrak{F} (x_1, x_2)\, d\sigma \right], \tag{2.12}$$

où

$$I_{11} = \int_\Sigma (x_2 - x_2^0)^2\, d\sigma, \quad I_{12} = \int_\Sigma (x_1 - x_1^0)(x_2 - x_2^0)\, d\sigma, \tag{2.13}$$

$$I_{22} = \int_\Sigma (x_1 - x_1^0)^2\, d\sigma.$$

On détermine les constantes a, b et c à l'aide des relations (2.10) et (2.12). Les conditions (1.7) et (1.11) sont identiquement satisfaites en vertu des équations d'équilibre et des conditions sur la surface. Ainsi, compte tenu de (1.13),

$$\int_\Sigma \sigma_{31}\, d\sigma = \int_\Sigma [\sigma_{31} + x_1 (\sigma_{31,1} + \sigma_{32,2} + \sigma_{33,3})]\, d\sigma =$$

$$= \int_\Sigma x_1 (\sigma_{31} n_1 + \sigma_{32} n_2)\, ds + (n + 1) \int_\Sigma x_1 \sigma_{33}^*\, d\sigma = 0.$$

On procède de la même façon pour démontrer que la deuxième relation est aussi satisfaite. En supposant que la fonction Φ est déterminée, les conditions (1.10) et (1.14) sont vérifiées si

$$\tau I = \int_\Sigma \Big[M x_2 \Phi_{,1} - L x_1 \Phi_{,2} + x_1 B_{,1}^* + x_2 B_{,2}^* + \tag{2.14}$$

$$+\frac{1}{2}x_1\int\sigma_{33}^*(x_1,x_2,0)\,dx_2-\frac{1}{2}x_2\int\sigma_{33}^*(x_1,x_2,0)\,dx_1\Big]\,d\sigma.$$

où

$$I=\int_\Sigma(Lx_1^2+Mx_2^2)\,d\sigma. \tag{2.15}$$

La condition nécessaire et suffisante pour l'existence de la fonction A est [10] que les expressions des fonctions $A_{,1}$, $A_{,2}$ et A sur le contour Γ soient uniformes. Nous supposons que A^* est une fonction uniforme par rapport à l'arc s sur le contour Γ. On a donc

$$\begin{gathered}\int_\Gamma\Big[n_2\int\sigma_{23}^*(x_1,x_2,0)\,dx_2\Big]\,ds=0,\quad \int_\Gamma\Big[n_1\int\sigma_{31}^*(x_1,x_2,0)\,dx_1\Big]\,ds=0,\\ \int_\Gamma\Big[n_1x_2\int\sigma_{31}^*(x_1,x_2,0)\,dx_1-n_2x_1\int\sigma_{23}^*(x_1,x_2,0)\,dx_2\Big]\,ds=0.\end{gathered} \tag{2.16}$$

Les relations (2.16) impliquent les conditions

$$\int_\Sigma\sigma_{23}^*(x_1,x_2,0)\,d\sigma=\int_\Sigma\sigma_{31}^*(x_1,x_2,0)\,d\sigma=$$

$$=\int_\Sigma[x_2\,\sigma_{31}^*(x_1,x_2,0)-x_1\,\sigma_{23}^*(x_1,x_2,0)]\,d\sigma,$$

qui sont satisfaites par le fait que σ_{ij}^* vérifient (1.7) et (1.10).

§ **3.** Supposons que la barre est composée de différents matériaux homogènes. La section transversale Σ de la barre est formée par les domaines Σ_i qui correspondent aux différents matériaux qui composent la barre et par le domaine Σ_0 qui correspond au matériel environnant [8]. On note la frontière du domaine Σ par Γ_{m+1} et les frontières des domaines Σ_i, par Γ_i $(i=1,2,\ldots m)$. La frontière du domaine Σ_0 est formée par les courbes $\Gamma_1,\Gamma_2,\ldots,\Gamma_{m+1}$, fermées, rectifiables et sans points communs, dont la dernière contient en son intérieur toutes les autres. On doit satisfaire sur les courbes de séparation Γ_i aux conditions

$$\begin{cases}[\sigma_{1k}n_1+\sigma_{2k}n_2]_i=[\sigma_{1k}n_1+\sigma_{2k}n_2]_0,\\ [u_k]_i=[u_k]_0,\quad (i=1,2,\ldots,m\,;\ k=1,2,3)\end{cases} \tag{3.1}$$

où les indices 0 et i montrent que l'expression entre les parenthèses est calculée pour le matériel qui correspond au domaine Σ_0 et Σ_i. On note par S_i l'aire du domaine Σ_i; nous noterons aussi avec l'indice i les coefficients qui caractérisent les propriétés élastiques et thermiques du matériel qui correspond au domaine Σ_i. Nous supposons que les matériaux qui composent la barre sont homogènes et orthotropes, à propriétés élastiques et thermiques différentes.

Nous cherchons à satisfaire aux conditions du problème par des déplacements et des tensions de la même forme que celles obtenues dans le paragraphe précédent. Les tensions (1.29) satisfont aux équations d'équilibre et aux conditions de compatibilité si les fonctions A et Φ vérifient dans les domaines Σ_i $(i=0,1,2,\ldots m)$ les équations (2.3) et (2.4). Les conditions (1.6) sur le contour Γ_{m+1} de même que les conditions (3.1) sont satisfaites si nous avons

$$\begin{gathered}[A_{,1}]_0=\int_0^s m_1\,ds-[A_{,1}^*]_0,\quad [A_{,2}]_0=\int_0^s m_2\,ds-[A_{,2}^*]_0,\quad s\in\Gamma_{m+1},\\ [A_{,1}]_j-[A_{,1}]_0=[A_{,1}^*]_0-[A_{,1}^*]_j+\int_0^s([m_1]_j-[m_1]_0)\,ds+C_j^{(1)},\\ [A_{,2}]_j-[A_{,2}]_0=[A_{,2}^*]_0-[A_{,2}^*]_j+\int_0^s([m_2]_j-[m_2]_0)\,ds+C_j^{(2)},\quad s\in\Gamma_j,\\ \Big[\beta_{12}A_{,1}+\beta_{11}\int A_{,22}\,dx_1\Big]_j-\Big[\beta_{12}A_{,1}+\beta_{11}\int A_{,22}\,dx_1\Big]_0=\\ =[d_1]_j-[d_1]_0,\\ \Big[\beta_{22}\int A_{,11}\,dx_2+\beta_{12}A_{,2}\Big]_j-\Big[\beta_{22}\int A_{,11}\,dx_2+\beta_{12}A_{,2}\Big]_0=\\ =[d_2]_j-[d_2]_0,\quad \text{sur}\quad \Gamma_j,\ (j=1,2,\ldots,m),\end{gathered} \tag{3.4}$$

et

$$\begin{cases}[\Phi]_j=[\Phi]_0,\\ [D\Phi]_j=[D\Phi]_0=g_j,\quad \text{sur}\quad \Gamma_j,\ (j=1,2,\ldots,m),\\ [D\Phi]_0=f_0\quad \text{sur}\quad \Gamma_{m+1}.\end{cases} \tag{3.5}$$

En (3.4) et (3.5) on a utilisé les notations

$$m_1 = -n_2 \int \sigma_{23}^* (x_1, x_2, 0)\, dx_2, \quad m_2 = n_1 \int \sigma_{31}^* (x_1, x_2, 0) dx_1,$$

$$d_1 = \frac{a}{2}(\nu_1 x_1^2 - \nu_2 x_2^2) + \nu_1 x_1 (b x_2 + c) - v_1, \tag{3.6}$$

$$d_2 = \frac{b}{2}(\nu_2 x_2^2 - \nu_1 x_1^2) + \nu_2 x_2 (a x_1 + c) - v_2, \quad g_j = [f]_j - [f]_0,$$

$C_j^{(1)}$ et $C_j^{(2)}$ étant des constantes arbitraires.
Vu les résultats établis en [5], [10], les conditions nécessaires et suffisantes pour l'existence de la fonction A sont

$$\int_{\Gamma_{m+1}} m_\alpha\, ds + \sum_{j=1}^{m} \int_{\Gamma_j} ([m_\alpha]_0 - [m_\alpha]_j)\, ds = 0, \quad (\alpha = 1, 2),$$

$$\int_{\Gamma_{m+1}} (x_1 m_1 + x_2 m_2)\, ds + \sum_{j=1}^{m} \int_{\Gamma_j} \{[x_1 m_1 + x_2 m_2]_0 - [x_1 m_1 + x_2 m_2]_j\}\, ds = 0. \tag{3.7}$$

Vu (3.6) et compte tenu que la normale considérée est celle extérieure au domaine Σ_0, les conditions (3.7) se réduisent à

$$\sum_{i=0}^{m} \int_{\Sigma_i} \sigma_{23}^* (x_1, x_2, 0)\, d\sigma = \sum_{i=0}^{m} \int_{\Sigma_i} \sigma_{31}^* (x_1, x_2, 0)\, d\sigma =$$

$$= \sum_{i=0}^{m} \int_{\Sigma_i} [x_1 \sigma_{23}^* (x_1, x_2, 0) - x_2 \sigma_{31}^* (x_1, x_2, 0)]\, d\sigma = 0. \tag{3.8}$$

Ces conditions sont vérifiées parce que σ_{ij}^* satisfont aux conditions (1.7) et (1.10). La condition nécessaire et suffisante pour l'existence de la fonction Φ est [2].

$$\sum_{j=1}^{m} \int_{\Gamma_j} g_j\, ds - \int_{\Gamma_{m+1}} [f]_0\, ds = 0. \tag{3.9}$$

Vu (2.7) et (3.7), nous obtenons, compte tenu de (1.8),

$$\sum_{j=1}^{m} \int_{\Gamma_j} [f]_j\, ds - \sum_{i=1}^{m+1} \int_{\Gamma_i} [f]_0\, ds = -\sum_{i=0}^{m} \int_{\Sigma_i} \sigma_{33}^* (x_1, x_2, 0)\, d\sigma = 0.$$

§ 4. Dans les paragraphes suivants on va présenter les résultats qui s'obtiennent dans le cas où le matériel possède un plan de symétrie élastique. Dans ce cas les équations constitutives sont

$$\begin{aligned}
\sigma_{11} &= A\varepsilon_{11} + H\varepsilon_{22} + G\varepsilon_{33} + Q\varepsilon_{12} + \beta_1 T,\\
\sigma_{22} &= H\varepsilon_{11} + B\varepsilon_{22} + F\varepsilon_{33} + R\varepsilon_{12} + \beta_2 T,\\
\sigma_{33} &= G\varepsilon_{11} + F\varepsilon_{22} + C\varepsilon_{33} + S\varepsilon_{12} + \beta_3 T,\\
\sigma_{12} &= Q\varepsilon_{11} + R\varepsilon_{22} + S\varepsilon_{33} + D\varepsilon_{12} + \beta_4 T,\\
\sigma_{23} &= 2(L\varepsilon_{23} + N\varepsilon_{31}),\\
\sigma_{31} &= 2(N\varepsilon_{23} + M\varepsilon_{31}),
\end{aligned} \tag{4.1}$$

ou

$$\begin{aligned}
\varepsilon_{11} &= \frac{1}{E}(\nu_{11}\sigma_{11} + \nu_{13}\sigma_{22} + \nu_{13}\sigma_{12} - \nu_1\sigma_{33}) + \alpha_1 T,\\
\varepsilon_{22} &= \frac{1}{E}(\nu_{12}\sigma_{11} + \nu_{22}\sigma_{22} + \nu_{23}\sigma_{12} - \nu_1\sigma_{33}) + \alpha_2 T,\\
\varepsilon_{33} &= \frac{1}{E}(\sigma_{33} - \nu_1\sigma_{11} - \nu_2\sigma_{22} - \nu_3\sigma_{12}) + \alpha_3 T,\\
\varepsilon_{12} &= \frac{1}{2E}(\nu_{13}\sigma_{11} + \nu_{23}\sigma_{22} + \nu_{33}\sigma_{12} - \nu_3\sigma_{33}) + \alpha_4 T,\\
\varepsilon_{23} &= \frac{1}{2(LM - N^2)}(M\sigma_{23} - N\sigma_{31}), \quad \varepsilon_{31} = -\frac{1}{2(LM - N^2)}(N\sigma_{23} - L\sigma_{31}),
\end{aligned} \tag{4.2}$$

où $LM - N^2 > 0$ et entre les coefficients il y a des rélations analogues aux relations de [8]. Nous cherchons à résoudre le problème (B). On peut obtenir le cas $n = 1$ de [8].

En procédant comme dans les paragraphes précédents, nous chercherons les tensions sous la forme

$$\sigma_{ij} = (n + 1)\left(\int_0^{x_3} \sigma_{ij}^*\, dx_3 + \tau_{ij} + \sigma_{ij}^0\right). \tag{4.3}$$

Dans ce cas les fonctions τ_{ij} sont données par

$$\tau_{11} = A_{,22}^* - \int \sigma_{31}^* (x_1, x_2, 0)\, dx_1, \quad \tau_{22} = A_{,11}^* - \int \sigma_{23}^* (x_1, x_2, 0)\, dx_2, \tag{4.4}$$

$$\tau_{12} = -A^*_{,12}, \quad \tau_{31} = -B^*_{,2} - \frac{1}{2}\int \sigma^*_{33}(x_1, x_2, 0)\, dx_1, \tag{4.4}$$

$$\tau_{23} = -B^*_{,1} - \frac{1}{2}\int \sigma^*_{33}(x_1, x_2, 0)\, dx_2, \quad \tau_{33} = \nu_1 A^*_{,22} + \nu_2 A^*_{,11} - \nu_3 A^*_{,12} -$$

$$- \left[\nu_1 \int \sigma^*_{31}\, dx_1 + \nu_2 \int \sigma^*_{23}\, dx_2 - E u^*_3\right]_{x_3=0}.$$

Les fonctions A^* et B^* vérifient les équations

$$\mathfrak{L} A^* = \Big[\beta_{11} \int \sigma^*_{31,2}\, dx_1 + \beta_{22} \int \sigma^*_{23,11}\, dx_2 - \beta_{12}\, \sigma^*_{33,3} - \beta_{13}\, \sigma^*_{31} - \beta_{23}\, \sigma^*_{23} +$$

$$+ \nu_1 u^*_{3,22} + \nu_2 u^*_{3,11} - \nu_3 u^*_{3,12}\Big]_{x_3=0}, \tag{4.5}$$

$$\mathfrak{L}_1 B^* = \Big[(LM - N^2)(u^*_{1,2} - u^*_{2,1}) + \frac{1}{2} L \int \sigma^*_{33,2}\, dx_1 - \frac{1}{2} M \int \sigma^*_{33,1}\, dx_2\Big]_{x_3=0}.$$

où

$$\mathfrak{L} = \beta_{11} \frac{\partial^4}{\partial x_2^4} + (2\beta_{12} + \beta_{33}) \frac{\partial^4}{\partial x_1^2 \partial x_2^2} + \beta_{22} \frac{\partial^4}{\partial x_1^4} - 2\beta_{13} \frac{\partial^4}{\partial x_1 \partial x_2^3} - 2\beta_{23} \frac{\partial^4}{\partial x_2 \partial x_1^3},$$

$$\mathfrak{L}_1 = M \frac{\partial^2}{\partial x_1^2} + 2N \frac{\partial^2}{\partial x_1 \partial x_2} + L \frac{\partial^2}{\partial x_2^2}, \tag{4.6}$$

$$\beta_{\varkappa\rho} = \frac{1}{E}(\nu_{\varkappa\rho} - \nu_\varkappa \nu_\rho), \quad (\varkappa, \rho = 1, 2, 3).$$

Nous choisissons les fonctions σ^0_{ij} sous la forme

$$\sigma^0_{11} = A_{,22}, \quad \sigma^0_{22} = A_{,11}, \quad \sigma^0_{12} = -A_{,12},$$

$$\sigma^0_{23} = L(\Phi_{,2} + \tau x_1) + N(\Phi_{,1} - \tau x_2),$$

$$\sigma^0_{31} = N(\Phi_{,2} + \tau x_1) + M(\Phi_{,1} - \tau x_2),$$

$$\sigma^0_{33} = \nu_1 A_{,22} + \nu_2 A_{,11} - \nu_3 A_{,12} + E(a x_1 + b x_2 + c),$$

où les fonctions A, Φ et les constantes a, b, c et τ vont être déterminées. Les tensions (4.3) satisfont aux équations d'équilibre et aux équations de compatibilité si les fonctions A et Φ vérifient les équations

$$\mathfrak{L} A = 0, \tag{4.8}$$

$$\mathfrak{L}_1 \Phi = 0. \tag{4.9}$$

Les déplacements qui correspondent aux tensions (4.3) sont donnés par les expressions (1.31) où

$$v_1 = \beta_{11} \int A^*_{,22}\, dx_1 + \beta_{12} A^*_{,1} - \beta_{13} A^*_{,2} -$$

$$- \int \left[\beta_{11} \int \sigma^*_{31}\, dx_1 + \beta_{12} \int \sigma^*_{23}\, dx_2 + \nu_1 u^*_3\right]_{x_3=0} dx_1,$$

$$v_2 = \beta_{12} A^*_{,2} + \beta_{22} \int A^*_{,11}\, dx_2 - \beta_{23} A^*_{,1} -$$

$$- \int \left[\beta_{12} \int \sigma^*_{31}\, dx_1 + \beta_{22} \int \sigma^*_{23}\, dx_2 + \nu_2 u^*_3\right]_{x_3=0} dx_2, \tag{4.10}$$

$$v_3 = \frac{N}{LM - N^2} B^* -$$

$$- \int \left[\frac{1}{LM - N^2}\left(\frac{1}{2} L \int \sigma^*_{33}\, dx_1 - \frac{1}{2} N \int \sigma^*_{33}\, dx_2 - L B^*_{,2}\right) + u^*_1\right]_{x_3=0} dx_1.$$

et

$$u^0_1 = \beta_{11} \int A_{,22}\, dx_1 + \beta_{12} A_{,1} - \beta_{13} A_{,2} - a\left[\frac{x_3^2}{2} + \frac{1}{2}\left(\nu_1 x_1^2 - \nu_2 x_2^2\right)\right] -$$

$$- b\left(\nu_1 x_1 + \frac{1}{2} \nu_2 x_2\right) x_2 - c\left(\nu_1 x_1 + \frac{1}{2} \nu_3 x_2\right) - \tau x_2 x_3,$$

$$u^0_2 = \beta_{12} A_{,2} + \beta_{22} \int A_{,11}\, dx_2 - \beta_{23} A_{,1} - a\left(\nu_2 x_2 + \frac{1}{2} \nu_3 x_1\right) x_1 + \tag{4.11}$$

$$+ b\left[\frac{x_3^2}{2} + \frac{1}{2}(\nu_1 x_1^2 - \nu_2 x_2^2)\right] - c\left(\nu_2 x_2 + \frac{1}{2} \nu_3 x_1\right) + \tau x_1 x_3,$$

$$u^0_3 = \Phi + x_3(a x_1 + b x_2 + c).$$

Les conditions (1.6) sont satisfaites si les fonctions Φ et A vérifient sur le contour Γ les conditions

$$D\Phi = f, \tag{4.12}$$

où

$$D = Mn_1 \frac{\partial}{\partial x_1} + Ln_2 \frac{\partial}{\partial x_2} + N\left(n_1 \frac{\partial}{\partial x_2} + n_2 \frac{\partial}{\partial x_1}\right),$$

$$f = \tau\left[(Mx_2 - Nx_1)\, n_1 - (Lx_1 - Nx_2)\, n_2\right] - n_1 B^*_{,2} + n_2 B^*_{,1} + \tag{4.13}$$

$$+ \frac{1}{2} n_1 \int \sigma^*_{33}(x_1, x_2, 0)\, dx_1 + \frac{1}{2} n_2 \int \sigma^*_{33}(x_1, x_2, 0)\, dx_2,$$

et

$$A_{,1} = -A^*_{,1} - \int_0^s \left[n_2 \int \sigma^*_{23}(x_1, x_2, 0)\, dx_2\right] ds,$$

$$A_{,2} = -A^*_{,2} + \int_0^s \left[n_1 \int \sigma^*_{31}(x_1, x_2, 0)\, dx_1\right] ds. \tag{4.14}$$

Dans ce qui suit nous allons supposer que A est une solution particulière uniforme de l'équation (4.5). La condition nécessaire et suffisante pour l'existence de la fonction Φ est [3]

$$\int_\Gamma f\, ds = 0. \tag{4.15}$$

De (4.13) et (1.8) il suit que la condition (4.15) est satisfaite. De (1.8) et (1.12) nous obtenons

$$a x_1^0 + b x_2^0 + c = -\frac{1}{ES} \int_\Sigma \mathcal{F}(x_1, x_2)\, d\sigma, \tag{4.16}$$

où

$$\mathcal{F}(x_1, x_2) = \nu_1 (A^* + A)_{,22} + \nu_2 (A^* + A)_{,11} - \nu_3 (A + A^*)_{,12} -$$

$$- \left[\nu_1 \int \sigma^*_{31}\, dx_1 + \nu_2 \int \sigma^*_{23}\, dx_2 - E u^*_3\right]_{x_3 = 0}. \tag{4.17}$$

En tenant compte de (4.17) et en utilisant les conditions (1.9) et (1.13) nous obtenons un système d'équations pour la détermination des constantes a et b, analogue à celui de (2.12). Les conditions (1.7) et (1.11) sont satisfaites en vertu des équations d'équilibre et des conditions sur la surface. De (1.14) nous obtenons

$$\tau I = \int_\Sigma \Big[M x_2 \Phi_{,1} - N(x_1 \Phi_{,1} - x_2 \Phi_{,2}) - L x_1 \Phi_{,2} + x_1 B^*_{,1} + x_2 B^*_{,2} +$$

$$+ \frac{1}{2} x_1 \int \sigma^*_{33}(x_1, x_2, 0)\, dx_2 - \frac{1}{2} x_2 \int \sigma^*_{33}(x_1, x_2, 0)\, dx_1 \Big] ds. \tag{4.18}$$

où

$$I = \int_\Sigma (L x_1^2 - 2N x_1 x_2 + M x_2^2)\, d\sigma. \tag{4.19}$$

La condition nécessaire et suffisante pour l'existence de la fonction A est que les expressions des fonctions $A_{,1}$, $A_{,2}$ et A, sur le contour Γ, soient uniformes. Tenant compte que σ^*_{ij} vérifient les relations (1.7) et (1.10), on vérifie aisément que ces conditions sont satisfaites.

§ **5.** Dans le cas où la barre est composée de différents matériaux nous supposerons que dans chaque domaine $\Sigma_i (i = 0, 1, \ldots, m)$ les déplacements et les tensions ont les expressions obtenues dans le paragraphe précédent. Les fonctions A et Φ vérifient dans chaque domaine Σ_i les équations (4.8) et (4.9). En imposant les conditions (1.6) et (3.1) nous obtenons pour la fonction A les conditions

$$[A_{,1}]_0 = -[A^*_{,1}]_0 + \int_0^s m_1\, ds, \quad [A_{,2}]_0 = -[A^*_{,2}]_0 + \int_0^s m_2\, ds, \quad s \in \Gamma_{m+1}$$

$$[A_{,1}]_j - [A_{,1}]_0 = [A^*_{,1}]_0 [-A^*_{,1}]_j + \int_0^s ([m_1]_j - [m_1]_0)\, ds + C'_j,$$

$$[A_{,2}]_j - [A_{,2}]_0 = [A^*_{,2}]_0 - [A^*_{,2}]_j + \int_0^s ([m_2]_j - [m_2]_0)\, ds + C''_j, \tag{5.1}$$

$$\left[\beta_{11} \int A_{,22}\, dx_1 + \beta_{12} A_{,1} - \beta_{13} A_{,2}\right]_j -$$

$$- \left[\beta_{11} \int A_{,22}\, dx_1 + \beta_{12} A_{,1} - \beta_{13} A_{,2}\right]_0 = [d_1]_j - [d_1]_0,$$

$$\left[\beta_{12} A_{,2} + \beta_{22} \int_{\cdot} A_{,11}\, dx_2 - \beta_{23} A_{,1}\right]_j -$$

$$\left[\beta_{12} A_{,2} + \beta_{22} \int_{\cdot} A_{,11}\, dx_2 - \beta_{23} A_{,1}\right]_0 = [d_2]_j - [d_2]_0,$$

$$\text{sur } \Gamma_j, \quad (j = 1, 2, \ldots, m),$$

où

$$m_1 = -n_2 \int_{\cdot} \dot{\sigma}_{23}(x_1, x_2, 0)\, dx_2, \quad m_2 = n_1 \int_{\cdot} \dot{\sigma}_{31}(x_1, x_2, 0)\, dx_1,$$

$$(5.2) \qquad d_1 = \frac{1}{2} a (\nu_1 x_1^2 - \nu_2 x_2^2) + b\left(\nu_1 x_1 + \frac{1}{2} \nu_3 x_2\right) x_2 + c\left(\nu_1 x_1 + \frac{1}{2} \nu_3 x_2\right) - v_1,$$

$$d_2 = a\left(\nu_2 x_2 + \frac{1}{2} \nu_3 x_1\right) - \frac{b}{2} (\nu_1 x_1^2 - \nu_2 x_2^2) + c\left(\nu_2 x_2 + \frac{1}{2} \nu_3 x_1\right) - v_2.$$

Pour la fonction Φ nous obtenons les conditions (3.5) où D et f ont les expressions (4.13). On démontre, de la même manière que dans le § 3, que les conditions nécessaires et suffisantes pour l'existence des fonctions A et Φ sont satisfaites.

BIBLIOGRAPHIE

1. Almansi E. — *Sopra la deformazione dei cilindri sollecitati lateralmente*. Rend. Accad. Lincei, Roma, ser. 5, t. X (1901), p. 333, 400.
2. Borş C. I. — *Torsiunea, întinderea şi încovoierea barelor ortotrope alcătuite din mai multe materiale*. St. şi cerc. şt., Acad. R.S.R. Fil. Iaşi., mat., t. VII (1956), p. 33.
3. Borş C. I. — *Torsiunea, întinderea şi încovoierea barelor cilindrice alcătuite din mai multe materiale anizotrope*. St. şi cerc. şt. Acad. R.S.R. Fil. Iaşi, mat., t. VIII (1957), p. 163.
4. Хатиашвили, Г. М. — *Упругое равновесие однородного ортотропного цилиндрического бруса с нагруженной боковой поверхностью*. Труды Вычисл. Центра АН Грузинской ССР, т. II, 1962, стр. 123.
5. Хатиашвили Г. М. — *Упругое равновесие составного ортотропного цилиндрического бруса с нагруженной боковой поверхностью*. Труды Тбилисского математ. инст., т. XXVIII, 1962, стр. 185.
6. Хатиашвили, Г. М. — *Задача Альманси для однородного ортотропного цилиндрического бруса*. Aplikace matematiky, T. IV, 1963, p. 2331.
7. Ieşan D. — *Tensiuni termice în bare ortotrope*, An. şt. Univ. Iaşi, Matematică, t. XIII, (1967), p. 451.
8. Ieşan D. — *Tensions thermiques dans des barres élastiques non-homogènes*. An. şt. Univ. Iaşi, Matematică, t. XIV (1968), p. 177.

9. Milne-Thomson L. M. — *Antiplane elastic systems*. Berlin-Göttingen-Heidelberg, 1966.
10. Шерман Д. И. — *Плоская задача теории упругости для анизотропной среды*. Труды сейсмологического инст., № 86, 1938.

TENSIUNI TERMICE ÎN BARE ELASTICE ANIZOTROPE

Rezumat

În [7], [8] s-a studiat problema tensiunilor termice în bare cilindrice anizotrope presupunînd că temperatura variază liniar în direcţia generatoarei. În această lucrare se studiază cazul în care variaţia temperaturii are forma (1.15).