

ANCA CROITORU ALINA GAVRILUȚ

S E R I I N U M E R I C E

P R O B L E M E

Referent științific:
Prof. univ. dr. **OVIDIU CÂRJĂ**
Facultatea de Matematică
Universitatea "Alexandru Ioan Cuza" Iași

Doamnei Profesor univ. dr. Anca Precupanu

Cuprins

Prefață	vii
1 CONSIDERAȚII TEORETICE	1
2 SERII CU TERMENI POZITIVI	23
3 SERII CU TERMENI OARECARE	107
Anexă	175
Bibliografie	209
Index	211
Listă de simboluri	215

Prefață

Am alcătuit această culegere din dorința de a veni în sprijinul unui număr cât mai mare de studenți începători care, străbătând tărâmul magic al *Analizei Matematice*, încearcă să deslușească tainele *Seriilor Numerice*.

Pentru a ușura înțelegerea problemelor și munca cititorilor, am prezentat, în primul capitol, noțiuni și rezultate fundamentale (fără demonstrații) din teoria seriilor numerice, iar în anexa din final, diverse rezultate clasice utile de algebră, analiză matematică și trigonometrie. Teoria prezentată nefiind exhaustivă, recomandăm, pentru completări și demonstrații, utilizarea unor cărți din bibliografie ([17], [14], [19]).

Problemele sunt grupate în două capitole: primul tratează cazul seriilor cu termeni pozitivi, iar al doilea se referă la serii cu termeni oarecare. Soluțiile problemelor sunt detaliate și, acolo unde este posibil, am indicat mai multe metode de rezolvare, metode care se schimbă odată cu modificarea, uneori nesemnificativă, a ipotezelor problemei. Problemele sunt propuse gradat, în funcție de nivelul de dificultate și am început firesc, cu probleme accesibile. La sfârșitul fiecărui capitol sunt prezentate și probleme mai dificile, dar interesante și incitante. Ca în orice culegere serioasă, am propus și o serie de probleme spre a fi rezolvate de către cititor. Sperăm ca problemele și metodele de rezolvare propuse să deschidă noi orizonturi de cunoaștere, să dezvolte gândirea în spiritul Analizei Matematice. Cititorii sunt invitați să caute și alte soluții, să propună noi probleme, să-și pună întrebări și să găsească ei înșiși răspunsurile potrivite.

Cartea se adresează studenților din primii ani ai Facultăților de Matematică, Fizică, Chimie, Informatică sau Politehnice, dar și elevilor din ul-

timii ani de liceu - în pregătirea pentru concursuri sau olimpiade, precum și profesorilor din învățământul preuniversitar - în activitatea de perfecționare.

Datorăm realizarea acestei cărți și experienței pe care autoarele au câștigat-o în decursul anilor ținând seminarii la cursul de Analiză Matematică condus de doamna prof. dr. Anca-Maria Precupanu, domnul prof. dr. Ovidiu Cârjă, domnul prof. dr. Constantin Zălinescu și domnul prof. dr. Eugen Popa, cărora le mulțumim și pe această cale.

Mulțumim în mod deosebit domnului prof. dr. Ovidiu Cârjă pentru atenția cu care a citit această carte și pentru observațiile pertinente aduse conținutului.

Mulțumim de asemenea doamnei Luminița Teodorescu, prin sprijinul căreia, cartea a ajuns în forma finală.

Iași, mai 2007

Autoarele