Soft Matematic (MATLAB)

Laboratorul 13 & 14*

1. Să se definească funcția $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 + e^x$ în cele trei moduri: utilizând un fișier de tip M, funcție de tip *inline*, funcție de tip *anonymous* (cu un *function handle*).

   Apoi să se calculeze valorile funcției în argumentele:

   $(a) \quad x1 = 1\,; \qquad (b) \quad x2 = -2\,; \qquad (c) \quad x3 = \begin{bmatrix} 2 & 3 \end{bmatrix}. \qquad (d) \quad x4 = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}.$

2. Să se scrie o funcție care generează, pentru o valoare $n \in \mathbb{N}$ cerută de program, o matricea A de tip $n \times n$ cu elementele
$$a_{i,j} = \frac{1}{i+j-1}\,, \quad i,j = \overline{1,n}\,.$$

3. Să se scrie o funcție care generează, pentru o valoare $n \in \mathbb{N}$ cerută de program, matricea de tip $(2n) \times (2n)$:
$$\begin{bmatrix}
1 & 1 & 0 & 0 & 0 & \cdots & \cdots & \cdots & 0 & 0 & 0 \\
1 & 2 & 2 & 0 & 0 & \cdots & \cdots & \cdots & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 3 & 1 & 0 & \cdots & \cdots & \cdots & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 1 & 4 & 2 & \cdots & \cdots & \cdots & 0 & 0 & 0 \\
\vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\
\vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & n & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\
\vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & n & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\
\vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & \cdots & 1 & 3 & 2 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & \cdots & \cdots & 0 & 2 & 1 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & \cdots & \cdots & 0 & 1 & 1
\end{bmatrix}.$$

4. Să se calculeze eficient suma
$$S_n = \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k^2}\,.$$
   Cât de bine aproximează S_n suma seriei $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^2} = \frac{\pi^2}{6}$?

   Să se afișeze texte cu explicații și cu rezultatele obținute (conform variabilei n introdusă de noi) folosind comanda `disp` și apoi folosind comanda `fprintf` (textul trebuie să conțină și caractere și variabilele definite în cadrul problemei).

5. Să se creeze, într-un fișier de tip M, funcția f care evaluează dezvoltarea Mac-Laurin a funcției $\ln(x+1)$:
$$\ln(x+1) = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{x^n}{n}\,, \quad \text{pentru orice } x \in (-1, 1].$$
   Să se apeleze funcția f cu argumentele x din intervalul $[-0.5, 0.5]$. Să se verifice ce se întâmplă când x se apropie de -1 sau de 1.

* Pentru examen trebuie avute în vedere și toate exemplele din Cursul disponibil pe pagina personală: https://www.math.uaic.ro/~maticiuc/didactic/MATLAB_Curs.pdf

Să se afişeze texte cu explicaţii şi cu rezultatele obţinute (conform variabilei x introdusă de noi) folosind comanda `disp` şi apoi folosind comanda `fprintf` (textul trebuie să conţină şi caractere şi variabilele definite în cadrul problemei).

6. Să se creeze, într-un fişier de tip M, funcţia f aproximează, prin metoda trapezelor, integrala unei funcţii pe intervalul $[a, b]$. Algoritmul este următorul:

   (a) se defineşte integrandul f şi se indică limitele de integrare a, b;

   (b) intervalul $[a, b]$ se împarte în n subintervale, se calculează lungimea $h := (b-a)/n$ a subintervalului şi se obţin nodurile echidistante $x_1, \ldots, x_n$;

   (c) se aproximează integrala prin termenul $I = \dfrac{h}{2} \sum_{k=1}^{n} \left(f\left(x_k\right) + f\left(x_{k+1}\right)\right)$;

   (d) se afişează valoarea aproximativă a integralei $\displaystyle\int_a^b f(x)\,dx$.

   Să se afişeze texte cu explicaţii şi cu rezultatele obţinute (conform variabilelor a, b, n, f introduse de noi) folosind comanda `disp` şi apoi folosind comanda `fprintf` (textul trebuie să conţină şi caractere şi variabilele definite în cadrul problemei).

7. Să se determine care e cea mai mare valoare a lui n astfel încât

   $$S_n = \sum_{k=1}^{n} k^2 < L \,,$$

   unde L este dat.

   Să se afişeze texte cu explicaţii şi cu rezultatele obţinute (conform variabilei L introdusă de noi) folosind comanda `disp` şi apoi folosind comanda `fprintf` (textul trebuie să conţină şi caractere şi variabilele definite în cadrul problemei).