

# Examen

## TEORIA PROBABILITĂȚILOR

– CHECKLIST –

1. **Evenimente elementare** și compuse (formalizarea cu ajutorul uplurilor) ..... \_\_\_\_ pct.
2. Mulțimea  $\Omega$  a tuturor evenimentelor elementare ..... \_\_\_\_ pct.
3. Mulțimea  $\mathcal{F}$  a tuturor evenimentelor asociate experienței aleatoare ..... \_\_\_\_ pct.
4. **Măsura de probabilitate**  $\mathbb{P}$ : definiție ..... \_\_\_\_ pct.
5. proprietăți ..... \_\_\_\_ pct.
6. Probabilitatea evenimentului contrar ..... \_\_\_\_ pct.
7. Spațiu finit de probabilitate  $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{P})$  ..... \_\_\_\_ pct.
8. **Spațiu de probabilitate Laplace**  $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{P})$  ..... \_\_\_\_ pct.
9. Spațiu de probabilitate oarecare  $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{P})$  ..... \_\_\_\_ pct.
10.  $\sigma$ -algebra Borel  $\mathcal{B}(\mathbb{R})$ : definiție, exemple ..... \_\_\_\_ pct.
11. sisteme de generatori ..... \_\_\_\_ pct.
12. Sistem complet de evenimente (partiție/descompunere a lui  $\Omega$ ) ..... \_\_\_\_ pct.
13. Evenimente compatibile; evenimente **incompatibile**/disjuncte ..... \_\_\_\_ pct.
14. Probabilitatea condiționată a unui eveniment ..... \_\_\_\_ pct.
15. Evenimente **independente**: independente 2/2;  
independente în ansamblu ..... \_\_\_\_ pct.
16. caracterizare ..... \_\_\_\_ pct.
17. Probabilitatea unei reuniuni de evenimente: cazul evenimentelor oarecare ..... \_\_\_\_ pct.
18. Probabilitatea unei reuniuni de evenimente: cazul evenimentelor disjuncte ..... \_\_\_\_ pct.
19. Probabilitatea unei intersecții de evenimente: cazul evenimentelor oarecare ..... \_\_\_\_ pct.
20. Probabilitatea unei intersecții de evenimente: cazul evenimentelor independente .... \_\_\_\_ pct.
21. **Formula probabilității totale**: ambele versiuni; inclusiv deducerea ei ..... \_\_\_\_ pct.
22. exemple ..... \_\_\_\_ pct.
23. **Formula lui Bayes**: formula; inclusiv deducerea ei ..... \_\_\_\_ pct.
24. exemple ..... \_\_\_\_ pct.
25. Metode de numărare: **principiul multiplicării** (introducere intuitivă, exemple) ... \_\_\_\_ pct.

CHECKLIST

---

26. **aranjamente** (permutări): introducere intuitivă, exemple ... \_\_\_\_ pct.
27. **combinări/coeficient binomial:**  
introducere intuitivă, exemple ..... \_\_\_\_ pct.
28. **coeficientul multinomial:** exemple ..... \_\_\_\_ pct.
29. tabelul cu numărul de upluri ce se pot forma  
(contează/nu contează ordinea; se pot/nu se pot repeta) ..... \_\_\_\_ pct.
30. Demonstrații probabiliste pentru diverse identități algebrice:  
numărarea în două modalități a aceleași cantități ..... \_\_\_\_ pct.
31. Notăția  $X_k$  : semnificație ..... \_\_\_\_ pct.
32. Notăția  $A_i$  : semnificație ..... \_\_\_\_ pct.
33. Extrageri **cu revenire** (și independente): exemple ..... \_\_\_\_ pct.
34. Extrageri **fără revenire/simultană** (reprezentare tip arbore): exemple ..... \_\_\_\_ pct.
35. Probabilitatea ca exact  $k$  evenimente să aibă loc: exemple ..... \_\_\_\_ pct.
36. Probabilitatea ca cel mult  $k$  evenimente să aibă loc: exemple ..... \_\_\_\_ pct.
37. Probabilitatea ca cel puțin  $k$  evenimente să aibă loc: exemple ..... \_\_\_\_ pct.
38. Scheme clasice de probabilitate: **schema binomială:** semnificație ..... \_\_\_\_ pct.
39. exemple ..... \_\_\_\_ pct.
40. Scheme clasice de probabilitate: **schema hipergeometrică:** semnificație ..... \_\_\_\_ pct.
41. exemple ..... \_\_\_\_ pct.
42. Exemple (tipuri de întrebări) făcute atât cu schema  
hipergeometrică, cât și cu reprezentarea de tip arbore ..... \_\_\_\_ pct.
43. Demonstrații probabiliste pentru diverse identități algebrice:  
sistem complet de evenimente asociat unei experiențe aleatoare  
în cazul schemei hipergeometrice ..... \_\_\_\_ pct.
- 
44. **Variabile aleatoare:** definiție ..... \_\_\_\_ pct.
45. **legea** unei v.a. .... \_\_\_\_ pct.
46. egalitatea în lege a două v.a. .... \_\_\_\_ pct.
47. **de tip i.i.d** ..... \_\_\_\_ pct.
48. proprietăți care **au loc aproape sigur**  
(de exemplu,  $X \geq 0$ ,  $\mathbb{P}$ -a.s.;  $X = Y$ ,  $\mathbb{P}$ -a.s.) ..... \_\_\_\_ pct.
49. funcția de repartiție  $F_X$  asociată și  
legătura cu legea v.a. .... \_\_\_\_ pct.
50. unicitatea funcției de repartiție asociată unei legi ..... \_\_\_\_ pct.
51. proprietăți caracteristice ale funcției de repartiție  
asociată unei v.a;  
definiția unei funcții de repartiție oarecare ..... \_\_\_\_ pct.

CHECKLIST

---

52.	proprietăți suplimentare ale unei funcții de repartiție .....	___ pct.
53.	formule de determinare ale $\mathbb{P}(X \in (a, b))$ ; $\mathbb{P}(X \in (a, b])$ ; $\mathbb{P}(X \in [a, b))$ ; $\mathbb{P}(X \in [a, b])$ , unde $-\infty \leq a \leq b \leq \infty$ , folosind $F_X$ .....	___ pct.
54.	funcția de repartiție pentru $\min\{X, Y\}$ și $\max\{X, Y\}$ .....	___ pct.
55.	<b>independente</b> : definiție și caracterizare .....	___ pct.
<hr/>		
56.	<b>V.a. discrete</b> : definiție; tabloul de repartiție și legătura cu legea v.a. ....	___ pct.
57.	unicitatea tabloului de repartiție asociată unei legi .....	___ pct.
58.	condiții pentru ca un tablou să fie asociat unei v.a. ....	___ pct.
59.	determinarea funcției de repartiție $F_X$ .....	___ pct.
60.	<b>proprietăți specifice ale funcției de repartiție</b> $F_X$ .....	___ pct.
61.	dată o funcție de repartiție $F$ , să se determine tabloul v.a. $X$ și apoi legea v.a. $X$ astfel încât $F \equiv F_X$ .....	___ pct.
62.	<b>operații cu v.a.</b> (de exemplu, $X \pm Y$ , $aX + bY$ , $X \cdot Y$ , $X/Y$ , $X^2$ , $ X $ ) .....	___ pct.
63.	<b>media</b> unei v.a. ....	___ pct.
64.	<b>formula de transfer</b> ; momente de ordin $r$ .....	___ pct.
65.	proprietățile mediei (valabile pentru orice tip de v.a.) .....	___ pct.
66.	media produsului a două v.a. independente .....	___ pct.
67.	<b>dispersia</b> unei v.a. (definiția și formula) .....	___ pct.
68.	proprietățile dispersiei (valabile pentru orice tip de v.a.) .....	___ pct.
69.	proprietățile dispersiei: dispersia sumei de v.a. oarecare .....	___ pct.
70.	proprietățile dispersiei: dispersia sumei de v.a. necorelate .....	___ pct.
71.	<b>deviația standard</b> .....	___ pct.
72.	<b>covarianța și corelația</b> a două v.a. ....	___ pct.
73.	covarianța și corelația a două v.a. independente .....	___ pct.
74.	Inegalitatea lui Cebâșev: enunț, semnificație; aplicări ale ei .....	___ pct.
75.	V.a. dată ca <b>indicatorul unui eveniment</b> : semnificație și lege; funcția de repartiție asociată, $\mathbb{E}, D^2, D$ .....	___ pct.
76.	<b>Distribuția Bernoulli</b> : semnificație și lege .....	___ pct.
77.	funcția de repartiție, $\mathbb{E}, D^2, D$ .....	___ pct.
78.	<b>Distribuția binomială</b> : semnificație și lege .....	___ pct.
79.	funcția de repartiție, $\mathbb{E}, D^2, D$ .....	___ pct.
80.	văzută ca sumă de v.a. independente de tip Bernoulli ....	___ pct.
81.	Legea unei <b>sume de v.a. de tip Bernoulli</b> .....	___ pct.

CHECKLIST

---

82.	Legea unei <b>sume de v.a. de tip Bernoulli</b> .....	___ pct.
83.	Legea unei <b>sume de v.a. de tip binomial</b> .....	___ pct.
84.	<b>Distribuția hipergeometrică:</b> semnificație și lege .....	___ pct.
85.	văzută ca sumă de v.a. neindependente de tip Bernoulli .....	___ pct.
86.	$\mathbb{E}$ .....	___ pct.
87.	<b>Distribuția Poisson:</b> semnificație și lege .....	___ pct.
88.	funcția de repartiție, $\mathbb{E}, D^2, D$ .....	___ pct.
89.	Legea unei <b>sume de v.a. de tip Poisson</b> .....	___ pct.
90.	<b>Distribuția geometrică:</b> semnificație și lege (ambele variante) .....	___ pct.
91.	funcția de repartiție, $\mathbb{E}, D^2, D$ .....	___ pct.
92.	<b>Distribuția negativ binomială:</b> semnificație și lege .....	___ pct.
93.	funcția de repartiție, $\mathbb{E}, D^2, D$ .....	___ pct.
94.	văzută ca sumă de v.a. independente de tip geometric .....	___ pct.
95.	<b>Determinarea v.a. asociate unei experiențe aleatoare date: exemple</b> .....	___ pct.
<hr/> <hr/>		
96.	<b>V.a. continue:</b> definiție; densitatea și legătura cu legea v.a. ....	___ pct.
97.	condiții pentru ca o funcție de densitate să fie densitatea asociată unei v.a. ....	___ pct.
98.	unicitatea densității de repartiție asociată unei legi .....	___ pct.
99.	determinarea funcției de repartiție $F_X$ .....	___ pct.
100.	<b>proprietăți specifice ale funcției de repartiție <math>F_X</math></b> .....	___ pct.
101.	dată o funcție de repartiție $F$ , să se determine densitatea $f_X$ și apoi legea v.a. $X$ astfel încât $F \equiv F_X$ .....	___ pct.
102.	formule de determinare ale $\mathbb{P}(X \in (a, b))$ ; $\mathbb{P}(X \in (a, b])$ ; $\mathbb{P}(X \in [a, b))$ ; $\mathbb{P}(X \in [a, b])$ , unde $-\infty \leq a \leq b \leq \infty$ , folosind $F_X$ și respectiv densitatea $f_X$ .....	___ pct.
103.	probabilitatea $\mathbb{P}(X \in \mathcal{D})$ cu ajutorul densității $f_X$ .....	___ pct.
104.	<b>media</b> unei v.a. ....	___ pct.
105.	<b>formula de transfer;</b> momente de ordin $r$ .....	___ pct.
106.	proprietățile mediei (valabile pentru orice tip de v.a.) .....	___ pct.
107.	media produsului a două v.a. independente .....	___ pct.
108.	<b>dispersia</b> unei v.a. (definiția și formula) .....	___ pct.
109.	proprietățile dispersiei (valabile pentru orice tip de v.a.) .....	___ pct.
110.	proprietățile dispersiei: dispersia sumei de v.a. oarecare .....	___ pct.

CHECKLIST

---

111. proprietățile dispersiei: dispersia sumei de v.a. necorelate ..... \_\_\_ pct.
112. **deviația standard** ..... \_\_\_ pct.
113. **covarianța și corelația** a două v.a. .... \_\_\_ pct.
114. covarianța și corelația a două v.a. independente ..... \_\_\_ pct.
115. Inegalitatea lui Cebășev: enunț, semnificație; aplicări ale ei ..... \_\_\_ pct.
116. **Distribuția uniformă**: semnificație și lege ..... \_\_\_ pct.
117. funcția de repartiție,  $\mathbb{E}$ ,  $D^2$ ,  $D$  ..... \_\_\_ pct.
118. **Distribuția exponențială**: semnificație și lege ..... \_\_\_ pct.
119. funcția de repartiție,  $\mathbb{E}$ ,  $D^2$ ,  $D$  ..... \_\_\_ pct.
120. **Distribuția normală**: semnificație; densitate; funcție de repartiție ..... \_\_\_ pct.
121. **normala standard**: semnificație; densitate;  
funcție de repartiție  $\Phi \stackrel{\text{not}}{=} F_{\mathcal{N}(0,1)}$  ..... \_\_\_ pct.
122. legătura dintre  $F_{\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)}$  și  $\Phi$  ..... \_\_\_ pct.
123. citirea din tabel a diverse valori pentru  $\Phi$  ..... \_\_\_ pct.
124. formula pentru  $\Phi(-z)$  ..... \_\_\_ pct.
125. formulele de exprimare a  $\mathbb{P}(X \in [a, b])$ , unde  $X \sim \mathcal{N}(0, 1)$ ,  
folosind  $\Phi$ , apoi  $f_X$  ..... \_\_\_ pct.
126. formulele de exprimare a  $\mathbb{P}(X \in [a, b])$ , unde  $X \sim \mathcal{N}(0, 1)$ ,  
folosind arii și, eventual, simetria graficului lui  $f_X$  ..... \_\_\_ pct.
127. **Densitatea unei noi v.a.**  $U$  plecând de la o v.a. inițială  $X$  :  
determinarea funcției de repartiție  $F_U$  apoi a densității  $f_U$  ..... \_\_\_ pct.
128. **Densitatea unei noi v.a.**  $U$  plecând de la o v.a. inițială  $X$  :  
determinarea densității  $f_U$  folosind o formulă (dacă transformarea e bijectivă) ..... \_\_\_ pct.
129. Transformarea liniară a unei v.a.; **densitatea v.a.**  $U = aX + b$  :  
determinarea densității  $f_U$  folosind formula ..... \_\_\_ pct.
- 
130. **Vectori aleatori** ..... \_\_\_ pct.
131. **Funcția de repartiție comună**  $F_{(X,Y)}$  ..... \_\_\_ pct.
132. **Densitate comună**  $f_{(X,Y)}$  ..... \_\_\_ pct.
133. **Densitatea marginală** plecând de la densitatea comună ..... \_\_\_ pct.
134. **Independența** a două v.a.:  
caracterizarea folosind funcția de repartiție comună și marginală ..... \_\_\_ pct.
135. **Independența** a două v.a. discrete:  
caracterizarea folosind probabilitățile comune și marginale ..... \_\_\_ pct.
136. **Independența** a două v.a. continue:  
caracterizarea folosind densitatea comună și marginală ..... \_\_\_ pct.

CHECKLIST

---

137. **Densitatea unui nou vector aleator**  $(U, V)$  plecând de la un vector aleator inițial  $(X, Y)$ :  
 determinarea densității  $f_{(U,V)}$  folosind o formulă (dacă transformarea e bijectivă), inclusiv a noului domeniu pentru  $(U, V)$  ..... \_\_\_\_ pct.
138. **Densitatea sumei, diferenței, produsului și câtului a două v.a.:**  
 deducerea formulelor ..... \_\_\_\_ pct.
139. **Densitatea sumei, diferenței, produsului și câtului a două v.a.:**  
 aplicarea formulelor respective ..... \_\_\_\_ pct.
- 
140. **Funcția caracteristică**  $\varphi_X$  : definiție ..... \_\_\_\_ pct.
141. legătura cu legea v.a. .... \_\_\_\_ pct.
142. **unicitatea funcției caracteristice**  
 asociată unei legi ..... \_\_\_\_ pct.
143. formula în cazul v.a. discrete; exemple ..... \_\_\_\_ pct.
144. asociată distribuției binomiale ..... \_\_\_\_ pct.
145. asociată distribuției Poisson ..... \_\_\_\_ pct.
146. asociată distribuției geometrice ..... \_\_\_\_ pct.
147. asociată distribuției negativ binomiale ..... \_\_\_\_ pct.
148. formula în cazul v.a. continue; exemple ..... \_\_\_\_ pct.
149. asociată distribuției uniforme ..... \_\_\_\_ pct.
150. asociată distribuției exponențiale ..... \_\_\_\_ pct.
151. **Independența** a două v.a. continue: utilizarea funcției caracteristice ..... \_\_\_\_ pct.
152. Funcția caracteristică asociată unei sume de v.a. independente ..... \_\_\_\_ pct.
153. Funcția caracteristică asociată unei transformări liniare de a unei v.a. .... \_\_\_\_ pct.
154. **Media și dispersia cu ajutorul funcției caracteristice** ..... \_\_\_\_ pct.
155. Legea unei **sume de v.a. de tip Bernoulli** utilizând funcția caracteristică ..... \_\_\_\_ pct.
156. Legea unei **sume de v.a. de tip binomial** utilizând funcția caracteristică ..... \_\_\_\_ pct.
157. Legea unei **sume de v.a. de tip Poisson** utilizând funcția caracteristică ..... \_\_\_\_ pct.
- 
158. Convergența în probabilitatea  $\mathbb{P}$  ..... \_\_\_\_ pct.
159. Convergența aproape sigură (a.s.) ..... \_\_\_\_ pct.
160. Convergența în funcția de repartiție  $F$  ..... \_\_\_\_ pct.
161. Convergența în funcția caracteristică  $\varphi$  ..... \_\_\_\_ pct.
162. Legătura între: convergența a.s. și cea în  $\mathbb{P}$  ..... \_\_\_\_ pct.
163. convergența în  $\mathbb{P}$  și cea în  $F$  ..... \_\_\_\_ pct.
164. convergența în  $F$  și cea în  $\varphi$  ..... \_\_\_\_ pct.

CHECKLIST

---

165. **Notații standard:**  $S_n$  și  $\bar{X}_n$  ..... pct.
166.  $S_n$  văzută ca **frecvența absolută** de apariție a **S** ..... pct.
167.  $\bar{X}_n$  văzută ca **frecvența relativă** de apariție a **S** ..... pct.
168.  $\bar{X}_n$  văzută ca **media de selecție** ..... pct.
169. **Calculul standard:**  $\mathbb{E}(S_n)$  și  $\mathbb{E}(S_n/n)$  dacă  $(X_k)_{k \in \mathbb{N}}$  sunt de tip i.i.d. .... pct.
170.  $D^2(S_n)$  și  $D^2(S_n/n)$  dacă  $(X_k)_{k \in \mathbb{N}}$  sunt de tip i.i.d. .... pct.
171. **LSNM:** enunț ..... pct.
172. condiții suficiente pentru ca un șir să satisfacă LSMN ..... pct.
173. **semnificația LSMN:** LSMN în cazul particular  
al **frecvențelor absolute/relative** de apariție a **S** ..... pct.
174. exemple de șiruri care satisfac LSMN ..... pct.
175. obținerea unor limite de funcții/șiruri reale utilizând LSMN  
și legăturile dintre tipurile de convergențe ..... pct.
176. Inegalitatea lui Cebășev: aplicarea pentru obținerea LSMN ..... pct.
177. **LTNM:** enunț ..... pct.
178. condiții suficiente pentru ca un șir să satisfacă LTNM ..... pct.
179. **semnificația LTNM:** LTNM în cazul particular  
al **frecvențelor absolute/relative** de apariție a **S** ..... pct.
180. exemple de șiruri care satisfac LTNM ..... pct.
181. obținerea unor limite de funcții/șiruri reale utilizând LTNM  
și legăturile dintre tipurile de convergențe ..... pct.
182. **TLC:** ipoteze, concluzie ..... pct.
183. tipul de problemă la care răsunde TLC:  
aproximarea valorii  $\mathbb{P}(\alpha \leq S_n \leq \beta)$  sau  $\mathbb{P}(\alpha \leq \bar{X}_n \leq \beta)$  ..... pct.
184. tipul de problemă la care răsunde TLC:  
aproximarea valorii  $\mathbb{P}(\alpha \leq S_n \leq \beta)$  sau  $\mathbb{P}(\alpha \leq \bar{X}_n \leq \beta)$   
în cazul particular al **frecvențelor absolute/relative**  
de apariție a **S** ..... pct.
185. tipul de problemă la care răsunde TLC:  
determinarea numărului de încercări  $n$  astfel încât  
 $\mathbb{P}(-\alpha \leq S_n \leq \alpha)$  sau  $\mathbb{P}(-\alpha \leq \bar{X}_n \leq \alpha)$   
să aibă niște valori date ..... pct.