1 Lista subiectelor teoretice pentru examenul parțial de geometrie II, 9.04.2024

1. Cuadrice pe ecuații canonice - denumire, ecuație canonică, intersecția cu diferite plane paralele
2. Cuadrice riglate pe ecuații canonice - determinarea sistemelor de generatoare rectilinii pentru hiperboloidul cu o pânză și paraboloidul hiperbolic
3. Cuadrice riglate - deteminarea ecuației unui con pătratic sau a unui cilindru pornind de la ecuațiile curbei directoare și direcția generatoarelor / coordonatele vârfului
4. Cuadrice pe ecuații generale - definiție, verificarea faptului că proprietatea unei multțimi de puncte de a fi cuadrică nu depinde de reperul ortonormat în raport cu care se dă ecuația ei, invarianți ortogonali ai unei cuadrice
5. Centru de simetrie pentru o cuadrică pe ecuații generale - definiție, determinarea sistemului care are ca soluții coordonatele centrului / centrelor de simetrie, discutarea numărului soluțiilor acestuia pornind de la invarianții ortogonali ai cuadricei
6. Plane de simetrie pentru o cuadrică pe ecuații generale - definiție, determinarea ecuațiilor acestora
7. Poziția relativă a unei drepte față de o cuadrică pe ecuații generale, cazurile în care direcția dreptei nu este asimptotică
8. Poziția relativă a unei drepte față de o cuadrică pe ecuații generale, cazurile în care direcția dreptei este asimptotică
9. Aplicații liniare ortogonale în spații liniare euclidiene - definiție, proprietăți generale, structura algebrică a mulțimii acestora
10. Simetria ortogonală față de un spațiu liniar 1- dimensional (simetrie axială) într-un spațiu liniar euclidian 2 dimensional orientat - definiție, matricea în raport cu o bază ortonormată, pozitivă, demonstrarea faptului că e aplicație liniară ortogonală de specia a IIa
11. Rotația geometrică de unghi orientat dat într-un spațiu liniar euclidian 2 dimensional orientat - definiție, demonstrarea faptului că e aplicație liniară ortogonală de specia I, matricea în raport cu o bază ortonormată, pozitivă
12. Simetria ortogonală față de un spațiu liniar 1- dimensional (simetrie axială) într-un spațiu liniar euclidian 3 dimensional orientat - definiție, matricea în raport cu o bază ortonormată, pozitivă, demonstrarea faptului că e aplicație liniară ortogonală de specia I
13. Simetria ortogonală față de un spațiu liniar 2- dimensional (simetrie planară) într-un spațiu liniar euclidian 3 dimensional orientat - definiție, matricea în raport cu o bază ortonormată, pozitivă, demonstrarea faptului că e aplicație liniară ortogonală de specia a IIa
14. Rotația geometrică de unghi orientat dat, în jurul unui vector dat, într-un pațiu liniar euclidian 3 dimensional orientat - definiție, demonstrarea faptului că e aplicație liniară ortogonală de specia I, formula de calcul
15. Clasificarea aplicațiilor liniare ortogonale ale unui spațiu liniar euclidian orientat, 2 dimensional

2 Model de parțial

1. Cadrul de lucru este spațiul euclidian 3 dimensional orientat $\mathcal{E}^3$, înzestrat cu reperul ortonormat $\mathcal{R} = \{O; \bar{i}, \bar{j}, \bar{k}\}$.
   (a) Subiect teoretic legat de cuadrice.
   (b) Fie cuadrica $\Gamma_1 : \frac{x^2}{4} - y^2 + \frac{z^2}{3} - 1 = 0$. Studiați poziția relativă a următoarei drepte față de cuadrică, $d : \frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{0}$.
   (c) Determinați punctele de pe cuadrică în care normalele sunt paralele cu dreapta d.

(d) Se dă cuadrica $\Gamma_2 : x^2 + 5y^2 + z^2 + 2xy + 6xz + 2yz - 2x + 6y + 2z = 0$. Determinați coordonatele centrului de simetrie, ecuațiile celor trei axe de simetrie, ecuațiile celor trei plane de simetrie și ecuația conului asimptot.

2. Fie spațiul liniar euclidian 2 dimensional orientat $\mathcal{V}^2$, înzestrat cu baza ortonormată $\mathcal{R} = \{\bar{i}, \bar{j}\}$.

   (a) Subiect teoretic legat de aplicațiile liniare ortogonale studiate.

   (b) Deduceți ecuațiile proiecției ortogonale a lui $\mathcal{V}^2$ pe $\bar{a} = 3\bar{i} - 2\bar{j}$. Este $Pr_{\bar{a}}$ aplicație ortogonală? Motivați răspunsul.

   (c) Determinați ecuațiile următoarelor aplicații liniare ortogonale, $S_{\bar{a}}$, $R_\alpha, S_{\bar{a}} \circ R_\alpha$, pentru $\alpha = -\frac{\pi}{4}$.

   (d) Fie vectorii $\bar{u}, \bar{v}$, de aceeași normă. Arătați că există o simetrie a lui $\mathcal{V}^2$ față de un vector $\bar{w}$ astfel încât $S_{\bar{w}}(\bar{u}) = \bar{v}$.

Timp de lucru - 120 min