

1 Lista subiectelor teoretice pentru teza finală modul I geometrie II, 2026

1. Cuadrice pe ecuații canonice - denumire, ecuație canonică, intersecția cu diferite plane
2. Cuadrice riglate pe ecuații canonice - determinarea sistemelor de generatoare rectilinii pentru hiperboloidul cu o pânză și paraboloidul hiperbolic
3. Cuadrice riglate - determinarea ecuației unui con pătratic sau a unui cilindru pornind de la ecuațiile curbei directoare și direcția generatoarelor / coordonatele vârfului
4. Cuadrice pe ecuații generale - definiție, verificarea faptului că proprietatea unei mulțimi de puncte de a fi cuadrică nu depinde de reperul ortonormat în raport cu care se dă ecuația ei, invarianți ortogonali ai unei quadrice
5. Centru de simetrie pentru o cuadrică pe ecuații generale - definiție, determinarea sistemului care are ca soluții coordonatele centrului / centrelor de simetrie, discutarea numărului soluțiilor acestuia pornind de la invarianții ortogonali ai quadricii
6. Plane de simetrie pentru o cuadrică pe ecuații generale - definiție, determinarea ecuațiilor acestora
7. Poziția relativă a unei drepte față de o cuadrică pe ecuații generale, cazurile în care direcția dreptei nu este asimptotică
8. Poziția relativă a unei drepte față de o cuadrică pe ecuații generale, cazurile în care direcția dreptei este asimptotică
9. Aplicații liniare ortogonale în spații liniare euclidiene - definiție, proprietăți generale, structura algebrică a mulțimii acestora
10. Simetria ortogonală față de un spațiu liniar 1- dimensional (simetrie axială) într-un spațiu liniar euclidian 2 dimensional orientat - definiție, matricea în raport cu o bază ortonormată, pozitivă, demonstrarea faptului că e aplicație liniară ortogonală de specia a IIa
11. Rotația geometrică de unghi orientat dat într-un spațiu liniar euclidian 2 dimensional orientat - definiție, demonstrarea faptului că e aplicație liniară ortogonală de specia I, matricea în raport cu o bază ortonormată, pozitivă
12. Simetria ortogonală față de un spațiu liniar 1- dimensional (simetrie axială) într-un spațiu liniar euclidian 3 dimensional orientat - definiție, matricea în raport cu o bază ortonormată, pozitivă, demonstrarea faptului că e aplicație liniară ortogonală de specia I
13. Simetria ortogonală față de un spațiu liniar 2- dimensional (simetrie planară) într-un spațiu liniar euclidian 3 dimensional orientat - definiție, matricea în raport cu o bază ortonormată, pozitivă, demonstrarea faptului că e aplicație liniară ortogonală de specia a IIa
14. Rotația geometrică de unghi orientat dat, în jurul unui vector dat, într-un spațiu liniar euclidian 3 dimensional orientat - definiție, demonstrarea faptului că e aplicație liniară ortogonală de specia I, determinarea formulei de calcul
15. Clasificarea aplicațiilor liniare ortogonale ale unui spațiu liniar euclidian orientat, 2 dimensional

2 Model de parțial

1. Cadrul de lucru este spațiul euclidian 3 dimensional orientat \mathcal{E}_3 , înzestrat cu reperul ortonormat pozitiv $\mathcal{R} = \{O; \bar{i}, \bar{j}, \bar{k}\}$.
 - (a) Subiect teoretic legat de quadrică ce include definiții și demonstrarea unei teoreme.
 - (b) Fie quadrică $\Gamma_1 : \frac{x^2}{4} - y^2 + \frac{z^2}{3} - 1 = 0$. Studiați poziția relativă a următoarei drepte față de quadrică, $d : \frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{0}$.
 - (c) Determinați punctele de pe quadrică în care normalele sunt paralele cu dreapta d .
 - (d) Se dă quadrică $\Gamma_2 : x^2 + 5y^2 + z^2 + 2xy + 6xz + 2yz - 2x + 6y + 2z = 0$. Aduceți quadrică la forma canonică, precizând reperul canonic.
 - (e) Pentru $\bar{u} = \bar{i} + \bar{j} + \bar{k}$, $\bar{x} = 2\bar{i} - \bar{j} + \bar{k}$, calculați $R_{\bar{u}, \frac{\pi}{2}}(\bar{x})$, imaginea lui \bar{x} prin rotația în jurul lui \bar{u} , de unghi orientat $\frac{\pi}{2}$.
2. Fie spațiul liniar euclidian 2 dimensional orientat \mathcal{V}_2 , înzestrat cu baza ortonormată, pozitivă $\mathcal{R} = \{\bar{i}, \bar{j}\}$.
 - (a) Subiect teoretic legat de aplicațiile liniare ortogonale studiate, ce include definiții și demonstrarea unei teoreme.
 - (b) Deduceți ecuațiile proiecției ortogonale a lui \mathcal{V}^2 pe $\bar{a} = 3\bar{i} - 2\bar{j}$. Este $Pr_{\bar{a}}$ aplicație ortogonală? Motivați răspunsul.
 - (c) Determinați ecuațiile următoarelor aplicații liniare ortogonale, $S_{\bar{a}}, R_{\alpha}, S_{\bar{a}} \circ R_{\alpha}$, pentru $\alpha = -\frac{\pi}{4}$. Ce aplicație ortogonală este $S_{\bar{a}} \circ R_{\alpha}$?
 - (d) Fie vectorii \bar{u}, \bar{v} , de aceeași normă. Arătați că există o simetrie a lui \mathcal{V}_2 față de un vector \bar{w} astfel încât $S_{\bar{w}}(\bar{u}) = \bar{v}$.

Timp de lucru - 150 min