

Raport final de activitate

- **Titlul proiectului^a** Subvarietăți biarmonice și de curbură medie constantă
 - **Nr. Contractului** IBM / 2019
 - **Anul finalizării** 2020
 - **Durata proiectului** 18 luni
 - **Partener român^b** Prof.dr. Tudorel Toader
 - **Director de proiect^c** Prof.dr. Cezar Oniciuc
 - **Partener străin^d** Prof.dr. Marc Quincampoix
-
- **Obiective generale urmărite**
 - Clasificarea hipersuprafețelor biarmonice și biconservative în forme spațiale reale.
 - Construcția de suprafețe biconservative complete și non-CMC în forme spațiale reale 3-dimensionale; unicitatea lor și posibilitatea factorizării la tor.
 - Găsirea de soluții constructive pentru problema metrizabilității.
 - Formularea de noi caracterizări pentru spațiile Finsler de curbură constantă.
 - Studierea suprafețelor biarmonice și biconservative în forme spațiale complexe.
-
- **Indicatorii finali ai proiectului**
 - Elaborarea a două sau trei articole științifice;
 - Realizarea a două vizite de scurtă durată în Franța;
 - Realizarea unei vizite de scurtă durată și a unei vizite de lungă durată în România.
-
- **Descrierea științifică și tehnică a rezultatelor și gradul de realizare a obiectivelor**

În cadrul acestui proiect au fost atinse obiectivele științifice prevăzute și s-au realizat următoarele articole:

 - 1) Dorel Fetcu, Eric Loubeau și Cezar Oniciuc, *Bochner–Simons Formulas and the Rigidity of Biharmonic Submanifolds*, The Journal of Geometric Analysis, <https://doi.org/10.1007/s12220-019-00323-y>.
 - 2) Simona Nistor și Cezar Oniciuc, *On the uniqueness of complete biconservative surfaces in 3-dimensional space forms*, [arXiv:1910.04131v2](https://arxiv.org/abs/1910.04131v2), trimis spre publicare.
 - 3) Georgeta Crețu, *New classes of projectively related Finsler metrics of constant flag curvature*, *Int. J. Geom. Methods Mod. Phys.* **17 (2020), no. 5**, 2050068, 22 pp.
 - 4) Hiba Bibi, Eric Loubeau și Cezar Oniciuc, *Unique continuation property for biharmonic hypersurfaces in spheres*, [arXiv:2007.06527v1](https://arxiv.org/abs/2007.06527v1), trimis spre publicare.

5) Hiba Bibi, Bang-Yen Chen și Dorel Fetcu, *Biconservative surfaces in complex space forms*, în lucru.

În lucrarea 1 s-au clasificat toate hipersuprafețele biconservative compacte în sfera euclidiană, de curbură scalară constantă și curbură secțională mai mare sau egală cu zero. Un pas esențial în demonstrație a fost să se arate că astfel de hipersuprafețe au curbura medie constantă (CMC) și au operatorul formă paralel. Apoi, s-a obținut un rezultat de rigiditate pentru hipersuprafețele biarmonice. În codimensiune mai mare, s-au studiat subvarietățile biconservative compacte în sfere, având câmpul vectorial normalizat curbura medie paralel. S-a demonstrat că dacă aceste subvarietăți au dimensiunea cel mult 10 și au curbura secțională mai mare sau egală cu zero, atunci ele sunt CMC, și deci au câmpul vectorial curbura medie paralel, iar operatorul formă în direcția câmpului vectorial curbura medie este paralel. Apoi s-a aplicat acest rezultat la cazul hipersuprafețelor biarmonice obținându-se un rezultat similar cu cel menționat mai sus.

În lucrarea 2 s-au obținut rezultate importante legate de proprietățile globale ale suprafețelor biconservative. Mai precis, s-au construit, atât din punct de vedere extrinsec, cât și intrinsec suprafețe biconservative complete, simplu conexe și non-CMC în orice formă spațială reală 3-dimensională; de asemenea, o problemă importantă care a fost tratată este aceea a studierii unicității acestor suprafețe biconservative. S-a demonstrat că suprafețele construite mai sus sunt unicele suprafețe biconservative cu proprietățile respective. Când forma spațială are curbura negativă sau nulă, atunci suprafețele biconservative complete, simplu conexe și non-CMC nu pot fi factorizate la un tor, ci doar la cilindru.

În lucrarea 3 s-a definit un tensor curbura de tip Weyl cu ajutorul căruia s-a obținut o caracterizare a metricilor Finsler de curbura steag constantă. Acest tensor de curbura de tip Weyl este proiectiv invariant doar pentru acei factorii proiectivi care sunt funcții Hamel. Ținând cont de acest lucru, s-au construit noi familii de metrici Finsler proiectiv echivalente pentru care proprietatea de a avea curbura steag constantă este păstrată.

În lucrarea 4 s-au studiat proprietăți ale hipersuprafețelor biarmonice non-minimale în sfere. Rezultatul principal al lucrării este o teoremă de unică continuare pentru hipersuprafețele biarmonice CMC în sfere. În continuare s-au obținut o serie de teoreme noi de rigiditate care susțin conjectura ce afirmă faptul că subvarietățile biarmonice în sfere euclidiene trebuie să aibă curbura medie constantă.

În lucrarea 5 sunt studiate suprafețele în forme spațiale complexe care au câmpul vectorial curbura medie paralel în fibratul normal. Este determinată condiția necesară și suficientă pentru ca o astfel de suprafață să fie biconservativă și apoi, folosind o formulă pentru Laplacianul normei unui anumit câmp vectorial definit pe suprafață, se obțin proprietăți ale acestora legate de curbura gaussiană, operatorul formă, etc. Se studiază apoi suprafețele biconservative de curbura medie constantă în codimensiune (reală) 2. În final, se intenționează obținerea unor rezultate de caracterizare pentru subvarietăți biconservative de dimensiune mai mare decât 3 în forme spațiale complexe.

- **Participări la conferințe pe durata proiectului bilateral**

În perioada 31 octombrie -- 3 noiembrie 2019 s-a desfășurat la Iași conferința internațională [International Conference on APPLIED AND PURE MATHEMATICS](#). La această conferință au participat Dorel Fetcu, cu

lucrarea "*Bochner-Simons Formulas And The Rigidity Of Biharmonic Submanifolds*" și Georgeta Crețu, cu lucrarea "*A new Finslerian version of Schur's Lemma and its applications*".

De asemenea, Georgeta Crețu a participat la Sesiunea Națională de Comunicări Științifice Studentești, Ediția a VI-a, 4--7 Iulie 2019, cu prezentarea: "*Noi metrici Finsler de curbură constantă*".

În cadrul Seminarului Informal de Noutăți Geometrice (SING), Facultatea de Matematică, Universitatea Alexandru Ioan Cuza din Iași, pe data de 30 aprilie 2020, Simona Nistor (căs. Barna) a prezentat lucrarea "*Suprafețe biconservative complete în spațiul hiperbolic*".

- **Vizite de lucru efectuate pe durata proiectului bilateral**

În perioada 24 septembrie -- 1 octombrie 2019, Cezar Oniciuc (coordonator instituție gazdă România) și Simona Nistor (căs. Barna) au efectuat în Franța, la Universite de Bretagne Occidentale, o vizită de scurtă durată.

În perioada 17 noiembrie -- 23 noiembrie 2019, Eric Loubeau (coordonator instituție gazdă Franța) și Michele Benyounes au venit la Iași, în vizită de scurtă durată.

În perioada 15 octombrie -- 13 noiembrie 2020, drd. Hiba Bibi a venit la Iași pentru un stagiu de cercetare științifică (ea este în anul III la doctorat, iar îndrumătorii tezei de doctorat sunt Eric Loubeau (coordonator instituție gazdă Franța, prezentul proiect) și Cezar Oniciuc (coordonator instituție gazdă România, prezentul proiect).

Vizita de scurtă durată pe care Dorel Fetcu și Georgeta Crețu trebuiau să o efectueze în Franța, la Universite de Bretagne Occidentale, nu a mai fost realizată din cauza pandemiei.

- **Posibilități de valorificare economică a rezultatelor obținute**

Rezultatele obținute sunt teoretice, de geometrie riemanniană, și nu se întrevăd posibilități de valorificare economică.

^a Se va scrie titlul proiectului ca în Contract

^b Se va scrie numele și prenumele Reprezentantului legal al contractorului (conducătorul de proiect)

^c Se va scrie numele și prenumele Directorului de proiect

^d Se va scrie numele și prenumele Reprezentantului legal al partenerului străin